

ISSN 2070-836X

APORTE SANTIAGUINO

Revista de Investigación

Volumen 4 n.º 2, julio – diciembre 2011

*Ciencia,
cultura,
tecnología
e innovación*



Huaraz, Perú

latindex
Sistema Regional de Información en Línea
para Revistas Científicas de América
Latina, el Caribe, España y Portugal.

ARTÍCULOS ORIGINALES

Modelo probabilístico y regional de las descargas máximas instantáneas del río Santa en la región Ancash. [Probabilistic model and regional the instantaneous maximum discharge the river Santa in the Ancash region]. <i>Abelardo Díaz Salas.</i>	135
Sistema de visión artificial para la detección de somnolencia de conductores, basado en el comportamiento ocular. [Artificial vision system for the detection of drivers' drowsiness, based on the ocular behavior]. <i>Jesús E. Espinola Gonzales, Maximiliano E. Asís López, Vladimir G. Rodríguez Sabino.</i>	145
La efectividad del Control Interno en la Gestión de los Gobiernos Locales en el Callejón de Huaylas. Periodo 2006- 2007. [The effectiveness of Internal Control in the management of local government in the Callejón de Huaylas. Period 2006 - 2007]. <i>Loel Salutor Bedón Pajuelo, Juan Alejandro Murga Ortiz, Manuel Morales Alberto.</i>	152
Constitucionalización de los Derechos de los Pueblos Indígenas en el Perú. [Constitutionalization of the Rights of the Indigenous Peoples in the Peru]. <i>Luis Robles Trejo.</i>	159
Tutoría Virtual y Desempeño Académico en los Estudiantes de la Escuela Profesional de Educación de la FCSEC-UNASAM. [Virtual Tutoring and Academic Performance of the Students in the Educational Professional School at the FCSEC-UNASAM]. <i>Rudecindo Penadillo L., Moisés Huerta R., Alberto Huamani G., Alfredo Zanabria P.</i>	169
Patologías Obstétricas durante el embarazo, parto y puerperio de las Adolescentes atendidas en el Hospital Víctor Ramos Guardia, Huaraz, 2009. [Obstetric Pathology during pregnancy, labor and postpartum in Adolescents treated in the Hospital Victor Ramos Guardia, Huaraz, 2009]. <i>Marcelo Arotoma O., Magna Guzmán A., Teresa Valencia V., Olga Cayra S.</i>	177
Evaluación del rendimiento y la acción conservante en carne de cerdo del aceite esencial de orégano (<i>Origanum vulgare L.</i>) cultivado en seis zonas altoandinas de Amazonas. [Performance Assessment and perservative action in pork and Oregano essential oil (<i>Origanum vulgare L.</i>) grown in six high Andes of Amazonas] <i>M. Ventura; C.E. Millones; E.A. Auquiñivin; E.R. Vásquez y A.R. Tafur.</i>	185
Caracterización de una colección de <i>Theobroma cacao L.</i> en Tingo María usando marcadores moleculares ISSR. [Characterization of a <i>Theobroma cacao L.</i> collection at Tingo Maria using ISSR molecular markers]. <i>Julio Chia W., Luis Garcia C., Mery Suni N. and Bertus Eskes.</i>	195

Del aprendizaje colaborativo al aprendizaje por inmersión. [Of collaborative learning to immersive learning].....	203
<i>Kenneth Delgado S.G.</i>	
El cambio climático, la glaciología y los riesgos en la Cordillera Blanca Ancash – Perú. [Climate change, glaciology and risks in the cordillera Blanca Ancash - Perú].	208
<i>César A. Portocarrero R.</i>	

Modelo probabilístico y regional de las descargas máximas instantáneas del río Santa en la región Ancash

Probabilistic model and regional the instantaneous peak discharges of the river Santa in the Ancash region

¹Abelardo Díaz Salas.²

RESUMEN

Para el diseño de las obras hidráulicas es necesario conocer el caudal de diseño. Existen varios métodos para su estimación como los métodos probabilísticos, hidrológicos, empíricos, etc. En el presente trabajo se ha determinado un modelo regional usando métodos probabilísticos y empíricos. Mediante este modelo regional se puede estimar el caudal de diseño conociendo el área de la cuenca y para un periodo de retorno. Por las consideraciones indicadas el caudal de diseño en la cuenca del río Santa se puede estimar en cualquier punto, mediante el modelo regional modificado de Fuller. El modelo probabilístico adecuado para interpretar el comportamiento de las descargas máximas instantáneas anuales es el modelo de Gumbel, lo cual se ha definido mediante la prueba de ajuste de Chi-cuadrado. Para obtener el modelo regional se ha trabajado con las descargas máximas instantáneas anuales proyectadas según la Ley de Gumbel y el promedio de las descargas máximas instantáneas anuales proyectadas con la ecuación regional, que es una ecuación en función del área de la cuenca.

Palabras clave: Avenidas, crecidas, crecientes.

ABSTRACT

For the design of hydraulic structures requires knowledge of the design flow. There are several methods for estimating the design flow as probabilistic, hydrological, empirical, etc. In the present work has identified a regional model using probabilistic methods and empirical methods. Through this regional model can be estimated the design flow with the area of the basin and for a return period. For the reasons stated the design flow in the Santa River basin can be estimated at any point, through the regional model modified of Fuller. The probabilistic model suitable for interpreting the behavior of annual instantaneous peak discharges is the Gumbel model, which has been defined by the fit test Chi-square test. For obtain the regional model has been worked with the annual instantaneous peak discharge estimated under the law of Gumbel and average annual instantaneous peak discharge estimated with the regional model, which is an equation based in function the area of the basin.

Key words: Avenues, floods, rising.

¹Facultad de Ciencias Agrarias, Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo.

²Ingeniero Agrícola.

INTRODUCCIÓN

Las estructuras hidráulicas como puentes, bocatomas, vertedero de demasías, etc. deben ser diseñados para no fallar ante el suceso de las descargas máximas instantáneas. Para estimar la ocurrencia de estos eventos es necesario contar con un modelo regional que explique el comportamiento espacial y temporal. Con la realización de este trabajo de investigación se formula un modelo regional que relacione las descargas máximas instantáneas con el área de la cuenca y tiempo de retorno.

El objetivo general del presente trabajo es buscar el modelo regional adecuado para estimar las descargas máximas instantáneas en la cuenca del río Santa. Los objetivos específicos son: a) determinar el modelo o los modelos probabilísticos adecuados para las descargas máximas instantáneas en la cuenca del río Santa, b) determinar el modelo regional de las descargas máximas promedios en función del área de la cuenca y c) determinar la descarga máxima instantánea anual en un punto de la cuenca del río Santa, para un determinado periodo de retorno con lo cual se podrá diseñar infraestructuras hidráulicas que no fallen ante estos eventos como: puentes, obras de defensa ribereña, presas para regular las avenidas, bocatomas, cunetas de las carreteras, alcantarillado pluvial, vertederos de excedencias, etc.

En el presente trabajo se establece una metodología que permite hallar modelos empíricos para estimar el caudal de diseño.

Descarga

Monsalve (1995) indica que la descarga o caudal es el volumen de escorrentía superficial por unidad de tiempo. $Q=V/t$ es la principal variable que caracteriza la escorrentía superficial. Se expresa en m^3/s o l/s

Descargas máximas

Crochín (1983) indica que es el caudal de valor alto de un río en comparación a las descargas habitualmente observadas. Estos caudales son causantes de daños a las obras y propiedades. Para prevenir estos daños es que se hace necesario una evaluación cuantitativa de las crecidas. Por eso es importante diseñar obras hidráulicas que permitan el paso de las crecientes sin que sufran daño.

Evaluación de las descargas máximas

Existen varios métodos para estimar las crecidas o las descargas máximas: probabilísticos, hidrológicos, empíricos, de área-pendiente, etc. El método a emplear básicamente depende de los datos que se tienen a disposición del proyectista. En el presente trabajo se ha estudiado el comportamiento de los caudales máximos instantáneos de la cuenca del río Santa mediante métodos probabilísticos, luego se ha buscado un modelo regional en función del área de la cuenca hidrográfica y del periodo de retorno.

Modelos probabilísticos para las descargas máximas

Ven et al.(1994) en el libro de Hidrología aplicada, menciona una serie de modelos probabilísticos o de distribuciones de probabilidad comúnmente utilizados para variables hidrológicas: distribución normal, lognormal, exponencial, gamma, Pearson tipo III, log Pearson tipo III y distribución de valor extremo tipo I.

Distribución normal estándar

La función de densidad de la distribución normal estándar está dada por la siguiente ecuación:

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad (1)$$

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} \quad (2)$$

Donde:

$f(z)$ = función de densidad de probabilidad, x = variable aleatoria, σ = desviación estándar de la población y μ = media poblacional.

La función de distribución acumulada de la variable normal estándar se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$F(z) = \int_{-\infty}^z f(z) dz \quad (3)$$

La ecuación (3) no es integrable analíticamente. Los valores de la ecuación (3) se obtienen de tablas de distribución normal estándar, o mediante las técnicas de métodos numéricos (integración numérica), o se pueden aproximar mediante el

polinomio de Abramowitz y Stugen, dado por la siguiente ecuación, según Ven, TC; et al.(194):

$$B = \frac{1}{2} \left[1 + 0.196854|z| + 0.115194|z|^2 + 0.000344|z|^3 + 0.019527|z|^4 \right]^{-4} \quad (4)$$

Donde:=

|z| valor absoluto de z

$$F(z) = Bz \quad \text{para } z < 0 \quad (5)$$

$$F(z) = 1 - B \quad \text{para } z \geq 0 \quad (6)$$

Los valores de $\bar{\chi}$ según el modelo probabilístico normal se obtienen reemplazando el valor de z obtenido mediante la ecuación (5) o (6) en la ecuación (2), dada por la siguiente expresión:

$$\bar{\chi} = \bar{y} + \sigma_y z \quad (7)$$

Donde:

\bar{y} = valor ajustado a la distribución normal, \bar{x} promedio de la muestra, σ_y desviación estándar de la muestra

Distribución lognormal

Varas y Bois (1998) indican que las variables físicas de interés en hidrología (precipitación, evaporación y otras) son generalmente positivas, por lo cual es usual que presenten distribuciones de frecuencias asimétricas. Por ello, algunos investigadores han propuesto aplicar una transformación logarítmica a la variable de interés y luego utilizar el modelo de distribución normal para la variable transformada. La distribución así obtenida se denomina logarítmico-normal.

Si X es una variable aleatoria, con funciones de densidad de probabilidad asimétricas y si se define una nueva variable como $Y = LnX$, que presenta una distribución normal (simétrica) con media \bar{y} y variancia σ_y^2 , entonces se afirma que la variable X tiene una distribución logarítmico-normal. Las ecuaciones de esta distribución son:

$$F(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \quad (8)$$

$$z = \frac{y - \bar{y}}{\sigma_y} \quad (9)$$

Donde:

\bar{y} = promedio de los logaritmos (logaritmos de x) de la muestra, σ_y = desviación estándar de los logaritmos (logaritmos de x) de la muestra.

La ecuación (9) es igual a la ecuación (2). Los valores de \bar{y} la distribución normal se obtiene de la ecuación (9):

$$\bar{y} = \bar{y} + \sigma_y z \quad (10)$$

Donde:

\bar{y} = valor ajustado a la distribución normal.

Los valores de $\bar{\chi}$ según el modelo probabilístico son obtenidos mediante la siguiente ecuación:

$$\bar{\chi} = e^{\bar{y}} \quad (11)$$

Donde:

$\bar{\chi}$ = valor de la variable aleatoria ajustada a la distribución logarítmico-normal.

Distribución exponencial

Según Ven et al. (1994) algunas secuencias de eventos hidrológicos como la ocurrencia de precipitación, pueden considerarse como procesos de Poisson, en los cuales los eventos ocurren instantánea e independientemente en un horizonte de tiempo. El tiempo entre tales eventos está descrito por una distribución exponencial cuyo parámetro λ es la tasa media de ocurrencia de los eventos.

La función densidad de un modelo probabilístico exponencial está dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (12)$$

Donde:

λ = parámetro de la distribución exponencial

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_0^x \lambda e^{-\lambda x} dx = 1 - e^{-\lambda x} \quad (13)$$

El valor de $\bar{\chi}$ (valor ajustado a la distribución exponencial) se obtiene a partir de la ecuación (13).

$$\bar{\chi} = \frac{-Ln [1-F(x)]}{\lambda} \quad (14)$$

Mediante el método de máxima verosimilitud o el método de momentos se demuestra que el

parámetro λ se estima mediante la siguiente ecuación:

$$\lambda = \frac{1}{\bar{X}} \tag{15}$$

Reemplazando la ecuación (15) en (14) se obtiene:
 $\bar{x} = [-\text{Ln}(1 - F(x))] \bar{x}$ (16)

Distribución gamma

Ven et al. (1994) indica que el tiempo que toma la ocurrencia de un número β de eventos en un proceso de Poisson está descrito por la distribución gamma, la cual es la distribución de una suma de β variables aleatorias independientes e idénticas, distribuidas exponencialmente. La distribución gamma es muy útil para la descripción de variables hidrológicas asimétricas sin el uso de la transformación logarítmica. La distribución gamma incluye la función gamma $\Gamma(\beta)$.

La distribución Gamma, tiene la función de densidad definida por:

$$f(x) = \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \quad x \geq 0 \tag{17}$$

Donde:

α, β = parámetros positivos

$\Gamma(\alpha)$ = función gamma de α

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^\infty e^{-x} x^{\alpha-1} dx \quad \text{para } \alpha > 0 \tag{18}$$

Integrando por partes la ecuación (18) se obtiene la ecuación (19), según Villón (2002):

$$\Gamma(\alpha + 1) = \alpha \Gamma(\alpha) \tag{19}$$

La función de distribución gamma acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_0^x \frac{x^{\alpha-1} e^{-x/\beta}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} dx \tag{20}$$

La ecuación (20) no es directamente integrable, sus valores se calculan mediante las técnicas de integración numérica y existen tablas de esta distribución denominadas "Función Gamma Incompleta", llamada así porque los valores en tabla son sólo para valores enteros positivos de α .

Sí α es un número natural, la función de distribución acumulada puede determinarse mediante la siguiente ecuación:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \left[1 + \frac{x}{\beta} + \frac{1}{2!} \left(\frac{x}{\beta}\right)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{x}{\beta}\right)^3 + \dots + \frac{1}{(\alpha-1)!} \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1} \right] e^{-x/\beta}; & x > 0 \end{cases} \tag{21}$$

Haciendo un cambio de variable se tiene:

$$Y = \frac{x}{\beta} \tag{22}$$

Reemplazando la ecuación(22) en (20) se obtiene:

$$G(y) = \int_0^y \frac{Y^{\alpha-1} e^{-Y}}{\Gamma(\alpha)} dy \tag{23}$$

Reemplazando la ecuación (23) en la ecuación (21), se obtiene:

$$G(Y) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \left[1 + Y + \frac{1}{2!} (Y)^2 + \frac{1}{3!} (Y)^3 + \dots + \frac{1}{(\alpha-1)!} (Y)^{\alpha-1} \right] e^{-Y}; & x > 0 \end{cases} \tag{24}$$

Los valores de \bar{x} ajustados a la distribución Gamma se obtienen de la ecuación (22):

$$\bar{x} = Y\beta \tag{25}$$

Los valores de Y se hallan de la ecuación (24) para diferentes probabilidades. Los valores de α y β se estiman mediante el método de momentos:

$$\bar{X} = E(x) = \alpha\beta \tag{26}$$

$$S^2 = \beta^2\alpha \tag{27}$$

Distribución Pearson tipo III

La distribución Pearson III posee la característica de ser asimétrica y no negativa, lo que la hace adecuada para describir los caudales máximos. Es una distribución de tres parámetros, según indica Mejía (1999).

La función densidad de probabilidades de la distribución Pearson Tipo III, está definida por la siguiente ecuación:

$$f(x) = \frac{(x-x_0)^{\alpha-1} e^{-\frac{(x-x_0)}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \tag{28}$$

Para:

$$X_0 \leq x < \infty; \quad -\infty < x_0 < \infty \quad (29)$$

$$0 < \beta < \infty$$

$$0 < \alpha < \infty$$

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(x) = \int_{x_0}^x \frac{(x-x_0)^{\alpha-1} e^{-\frac{(x-x_0)}{\beta}}}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} dx \quad (30)$$

Donde:

x = variable aleatoria

x_0 = origen de la variable x , parámetro de posición (valor inicial)

β = parámetro de escala

α = parámetro de forma

Haciendo cambio de variable se tiene:

$$Y = \frac{(x-x_0)}{\beta} \quad (31)$$

Reemplazando la ecuación (31) en (28) se obtiene:

$$f(y) = \frac{Y^{\alpha-1} e^{-Y}}{\beta \Gamma(\alpha)} \quad (32)$$

La función de distribución acumulada está dada por la siguiente ecuación:

$$F(y) = \int_0^Y \frac{Y^{\alpha-1} e^{-Y}}{\Gamma(\alpha)} dy \quad (33)$$

La ecuación (33) tiene parámetro α cuya variable tiene origen en $Y = 0$, ó en $x = x_0$.

La ecuación (33) es igual a la ecuación (23) lo cual se resuelve usando tablas o mediante métodos numéricos. Díaz (2010) presenta ejemplos de solución numérica. La solución de la ecuación (33) permite encontrar el valor de Y para diferentes valores de $F(y)$.

Los parámetros de la distribución Pearson Tipo III estimados por el método de momentos son (Villón 2002).

$$\bar{x} = \bar{x}_0 + \beta\alpha \quad (34)$$

$$S^2 = \beta^2\alpha \quad (35)$$

$$C_s = g = \frac{2}{\alpha} \quad (36)$$

Donde:

\bar{x} = promedio de la muestra

S^2 = variancia de la muestra = g coeficiente de sesgo

de la muestra.

Resolviendo las ecuaciones (34), (35) y (36) se obtiene:

$$\alpha = \frac{4}{g^2} \quad (37)$$

$$\beta = \frac{gS}{2} \quad (38)$$

$$\bar{x}_0 = \bar{x} - \frac{2S}{g} \quad (39)$$

El valor de \hat{x} ajustado al modelo de Pearson Tipo III para una probabilidad determinada se halla mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{x} = Y\beta + x_0 \quad (40)$$

Distribución Gumbel

Varas y Bois (1998) sostienen que es también conocido con el nombre de distribución de valores extremos tipo I. Este modelo representa la distribución límite del mayor valor de n valores x_i , independientes e idénticamente distribuidos con una distribución de tipo exponencial a medida que n crece indefinidamente. Este modelo probabilístico es de la distribución de valores extremos, de tipo doblemente exponencial. La función de densidad se expresa matemáticamente por:

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{\left[-\frac{x-\beta}{\alpha}\right]} e^{-e^{\left[-\frac{x-\beta}{\alpha}\right]}} \quad (41)$$

$$f(x) = \frac{1}{\alpha} e^{\left[-\frac{x-\beta}{\alpha}\right]} e^{-e^{\left[-\frac{x-\beta}{\alpha}\right]}} \quad (42)$$

Donde:

x = variable aleatoria

β, α = parámetro de la distribución de valores extremos Tipo I o doblemente exponencial.

$$-\infty < x < \infty$$

$$0 < \alpha < \infty = \text{parámetro de escala}$$

$$-\infty < \beta < \infty = \text{parámetro de posición, llamado moda.}$$

Haciendo cambio de variable se tiene:

$$w = \frac{x-\beta}{\alpha} \quad (43)$$

$$dx = \alpha dw \quad (44)$$

$$f(w) = \frac{1}{\alpha} e^{-w} e^{-e^{-w}} \quad (45)$$

La función de distribución acumulada se obtiene integrando la ecuación (45)

$$F(w) = P(X \leq x) = \int_{-\infty}^w e^{-e^{-w}} dw = e^{-e^{-w}} \Big|_{-\infty}^w = e^{-e^{-w}} \quad (46)$$

Los estimadores de los parámetros de la distribución Gumbel obtenidos mediante el método de momentos son:

$$\beta = \bar{x} - 0.45 \sigma_x \quad (47)$$

$$\alpha = 0.78 \sigma \quad (48)$$

Donde:

\hat{x} = promedio de la muestra

σ_x = desviación estándar de la muestra

El valor de \hat{x} ajustado al modelo Gumbel para una probabilidad determinada se halla mediante la siguiente ecuación (ecuación obtenida de 43):

$$\hat{x} = \beta + \alpha w \quad (49)$$

Definición del modelo probabilístico adecuado en el estudio de crecidas

Para la definición del modelo probabilístico adecuado para el estudio de las descargas máximas instantáneas existen varias pruebas de bondad de ajuste como las pruebas gráficas y estadísticas. Estas pruebas consisten en comprobar gráfica y estadísticamente, si la frecuencia empírica de la serie analizada, se ajusta a una determinada función de probabilidades teórica seleccionada a priori, con los parámetros estimados a partir de los datos muestrales. Villón (2002).

En cada estación hidrográfica se hace la prueba. En el método estadístico existen dos alternativas: la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado y la prueba de Kolmogorov – Smirnov. En el presente trabajo se ha empleado el método estadístico de chi-cuadrado.

Prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado

En el presente estudio se describe este método porque es el que se ha optado pues se puede programar de una forma sencilla y por tanto se simplifica el tiempo del proceso. La prueba de chi-cuadrado consiste en comparar las frecuencias observadas y esperadas (frecuencias teóricas), con la finalidad de comparar la bondad de ajuste de la distribución empírica a una distribución teórica conocida. Existen dos maneras de realizar esta prueba. Díaz (2010).

1. Estableciendo celdas (intervalos de clase) de igual tamaño, en las que las frecuencias esperadas (frecuencia teórica) de cada una (intervalo de clase) son en general diferentes.

2. Otra manera de realizar la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado es estableciendo que cada celda (intervalo de clase) tenga la misma frecuencia esperada (frecuencia teórica); en este caso los tamaños del intervalo de clase son diferentes. El procedimiento para realizar la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado con celdas con igual frecuencia esperada es:

- a. Dividir la serie de datos en k celdas (intervalos de clase), de preferencia se debe escoger $k \geq 5$. El tamaño de la serie histórica viene a ser el tamaño de la muestra.
- b. Calcular la probabilidad esperada de cada intervalo de clase mediante la siguiente ecuación:

$$P_i = \frac{1}{k} \quad (50)$$

- c. Calcular la frecuencia esperada (frecuencia teórica), de cada intervalo de clase con la siguiente ecuación:

$$NP_i = N \left(\frac{1}{k} \right) \quad (51)$$

Donde:

k = número de intervalos de clase o número de celdas.

N = número de datos observados (tamaño de la muestra)

- d. Identificar el valor de variable ajustada al modelo (\hat{X}_i) para las probabilidades acumuladas, de la relación siguiente:

$$F(x) = P_i = P(X \leq \hat{X}_i) = \int_{-\infty}^{\hat{X}_i} f(x) dx \quad (52)$$

- e. Calcular la frecuencia observada (N_i). La frecuencia observada es el número de datos que está comprendido entre dos valores de \hat{X}_i encontrados en el paso anterior.
- f. Calcular el chi-cuadrado calculado mediante la siguiente ecuación:

$$X_c^2 = \sum_{i=1}^m \frac{(N_i - NP_i)^2}{NP_i} \quad (53)$$

Criterio de decisión

Para definir el modelo probabilístico adecuado para los datos observados, es necesario comparar el chi-cuadrado calculado con los valores de chi-cuadrado tabular. El chi-cuadrado tabular se calcula de la distribución chi-cuadrado a partir de las tablas. Para calcular el valor de chi-cuadrado tabular X_{α}^2 es necesario definir los siguientes criterios:

a. Calcular los grados de libertad (v), con la siguiente ecuación:

$$V = k - h - 1 \tag{54}$$

Donde:

V = grados de libertad

h = número de parámetros del modelo

k = número de intervalos de clase o celdas

b. Asumir el nivel de significación de la prueba estadística. Generalmente se asume $\alpha = 0.05$. Con el nivel de significación asumido y grados de libertad se encuentra el valor de X_{α}^2 en la tabla de distribución de X^2 .

c. Establecer el criterio de aceptación del ajuste. La aceptación del ajuste depende de:

Si $X_c^2 \leq X_{0.05}^2$, se afirma que el modelo probabilístico es adecuado para explicar el comportamiento de los datos muestrales.

Si $X_c^2 > X_{0.05}^2$, se afirma que el modelo probabilístico no es adecuado para explicar el comportamiento de los datos muestrales.

Tiempo de retorno

Es el tiempo promedio en años entre eventos o sucesos que igualan o exceden a una magnitud dada, a este tiempo promedio se denomina tiempo o periodo de retorno.

Relación entre el tiempo de retorno y la probabilidad

Sea X una variable aleatoria. La probabilidad de igualar o exceder a un valor determinado x_i puede expresarse matemáticamente mediante la siguiente expresión.

$$p = P(X \geq x_i) \tag{55}$$

$$E(t) = T = \frac{1}{p} \tag{56}$$

La ecuación (56) significa que la probabilidad de

ocurrencia en ser igualado o excedido a un valor determinado de un evento en cualquier variable hidrológica es el inverso de su periodo de retorno, lo cual matemáticamente se representa mediante la siguiente ecuación:

$$P(X \geq x_i) = \frac{1}{T} \tag{57}$$

Las ecuaciones de la función de distribución acumulada $F(x)$, se representan mediante la siguiente ecuación:

$$F(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \tag{58}$$

La ecuación (58) expresa una probabilidad de que el suceso no ocurra. En este caso el periodo de retorno (T) se calcula mediante la siguiente expresión:

$$T = \frac{1}{P(x \geq X)} = \frac{1}{1 - P(X > x)} = \frac{1}{1 - F(x)} \tag{59}$$

En la ingeniería los diseños se hacen para soportar los eventos máximos, es decir, que un determinado evento no sea superado en un periodo de retorno determinado; por lo tanto los diseños se realizan para periodos de retorno dados por la ecuación (59). Es decir los valores de $F(x)$, se estiman para un tiempo de retorno dado mediante la siguiente ecuación:

$$F(x) = 1 - \frac{1}{T} \tag{60}$$

Modelo regional para las descargas máximas instantáneas anuales

Para la estimación de una avenida máxima se dispone de variadísimos métodos de cálculo, los mismos que pueden ser agrupados en términos generales en orden de importancia creciente (garantía), como sigue. Pérez Morales, GB et al. (2009): Métodos empíricos, métodos históricos, métodos de Correlación hidrológica de Cuencas y métodos Estadísticos o Probabilísticos.

El modelo regional para las descargas máximas instantáneas anuales en el presente caso se estima mediante fórmulas empíricas. Este método es más antiguo y consiste en establecer una relación funcional entre la magnitud de una creciente y una o más variables de las que depende. Crochín, (1983). El inconveniente principal que presentan los resultados obtenidos de la aplicación de las fórmulas empíricas, deriva del hecho de que éstas se están utilizando en cuencas distintas a aquellas en las que fueron deducidas, por lo que sus coeficientes deberían ser ajustados, lo cual resulta sumamente difícil. Sin embargo, debido a la correlación que

existe entre la magnitud de cuenca y el gasto máximo, los resultados obtenidos con las fórmulas empíricas podrán servir para acotar la magnitud de las Avenidas de Proyecto. Las fórmulas empíricas pueden ser clasificadas en dos grandes grupos: Fórmulas que incluyen el concepto de probabilidad. Se consideran las mejores, por ejemplo Gete, Fuller, Creager, etc. y fórmulas que no incluyen el concepto de probabilidad, como las fórmulas Rynes, Valentini, Myer, Giandoti etc.

MATERIALES Y MÉTODOS

Los materiales usados en el presente trabajo son los datos de descargas máximas presentados en el estudio hecho por Electroperú-Hidroservice (1985). En este estudio también se presentan las áreas de las cuencas colectoras consideradas en el estudio.

Procesamiento de la información recopilada

- a) Procesar la información recopilada, buscando el modelo probabilístico adecuado para el conjunto de datos de cada estación de aforo. El ajuste del modelo con los datos observados se realiza a través de la prueba de ajuste de chi - cuadrado.
- b) Definir modelos que relacionen el promedio de las descargas máximas instantáneas anuales en función del área de la cuenca.
- c) Generar descargas máximas instantáneas anuales con el modelo regional.
- d) Comparar las descargas máximas instantáneas

anuales correspondientes para diferentes periodos de retorno (acordes al modelo probabilístico adecuado) y las descargas máximas instantáneas anuales generadas mediante el modelo regional.

Modelo regional de las descargas máximas instantáneas

El modelo regional de las descargas máximas instantáneas anuales se obtiene estimando los parámetros o constantes de la ecuación de Fuller.

Parámetros regionales de la ecuación o del modelo de Fuller

Encontrar los parámetros del modelo propuesto por Fuller dados por la siguiente ecuación:

$$Q_{max,T} = \bar{Q}_{max} [\alpha + \beta \log.(T)] \tag{61}$$

$$\bar{Q}_{max,T} = k + \omega A \tag{62}$$

Donde:

$Q_{max,T}$ = descarga máxima instantánea anual para el periodo de retorno (T) en $m^3/seg.$

\bar{Q}_{MAX} = promedio de las descargas máximas instantáneas anuales en $m^3/seg.$

\log = logaritmo en base 10

T = periodo o tiempo de retorno en años

$\alpha, \beta, \kappa, \omega$ = parámetros de los modelos

A = área de la cuenca en $Km^2.$

RESULTADOS

Modelo probabilístico adecuado

El modelo probabilístico adecuado como se ha indicado ha sido definido mediante la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado, cuyos resultados se muestran en la tabla siguiente.

Tabla 1. Resultados de la prueba de bondad de ajuste de chi-cuadrado

Modelo \ Estacion	Normal	Log — Normal	Exponencial	Gumbel	Gamma	Pearson Tipo III
Recreta	Sí	Sí	No	Sí	No	No
Pachacoto	Sí	Si	No	Sí	No	No
Querococha	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Olleros	Sí	Si	No	Sí	Si	Si
Quilcay	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Chancos	Sí	Si	No	Sí	Si	Si
Llanganuco	No	No	No	Sí	Si	Si
Paron	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Colcas	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Los cedros	Sí	Si	No	Sí	Si	No
La balsa	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Quitaraca	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Manta	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Chuquicara	Sí	Si	No	Sí	Si	No
Condorcerro	Sí	Si	No	Sí	Si	No

Modelo regional para las descargas máximas
Estimación de parámetros del modelo de Fuller

Siguiendo la metodología descrita los parámetros estimados de la ecuación de Fuller son:

$$Q_{max,T} = \bar{Q}_{max} (0.84622 + 0.6540 \text{Log}T + 1.0886 \times 10^{-11} A^3) \quad (63)$$

$$\bar{Q}_{max} = -6.5796 + 0.1748A - 1.012 \times 10^{-4} A^2 + 6.882 \times 10^{-19} A^3 \quad (64)$$

Donde:

$Q_{max,T}$ = descarga máxima instantánea anual en $\frac{m^3}{s}$ para un periodo de retorno de T años.

\bar{Q}_{max} = promedio de las descargas máximas instantáneas anuales en $\frac{m^3}{s}$

A = área de la cuenca en Km^2

T = periodo de retorno en años.

La ecuación (64) se ha obtenido utilizando los datos que se muestran en la siguiente tabla. En esta tabla se presentan las descargas máximas proyectadas mediante la ecuación (64).

Tabla 2. Caudales promedios de las máximas instantáneas observadas y estimadas

Estacion	Subcuenca	Area (km2) a	QPROM MAX OBS	
			M ³ /S	QPRO MAX EST M ³ /S
Chuquicara	Tablachaca	3192	248.33	248.3
Quitaraesa	Quitaraesa	383	56.60	45.5
Los cedros	Los cedros	112	11.63	11.7
Colcas	Colcas	226	21.39	27.8
Parón	Parón	53.3	2.92	2.5
Llanganuco	Llanganuco	89.4	6.57	8.2
Chancos	Qda. Honda	210	36.24	25.7
Querococha	Querococha	62.7	7.68	4.0
Pachacoto	Pachacoto	198	28.28	24.1
Recreta	Santa	289.5	28.22	35.5
Manta	Manta	543	55.49	58.5
Olleros	Olleros	175	11.63	20.9
Quillcay	Quillcay	249	28.42	30.7

Los caudales máximos instantáneos observados y generados mediante la ecuación (64) para diferentes periodos de retorno se muestran en la figura 1

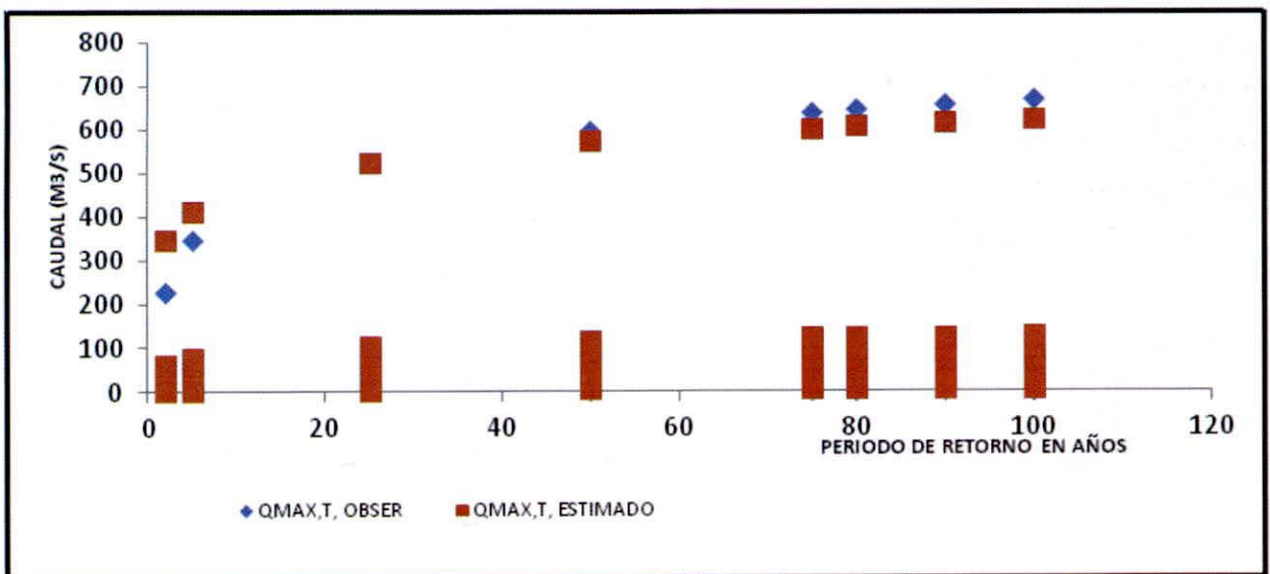


Figura 1. Caudales máximos instantáneos anuales observados y estimados para diferentes periodos de retorno

DISCUSIÓN

Del análisis estadístico de los datos de las descargas máximas instantáneas anuales se asume que el modelo probabilístico adecuado es el modelo Gumbel (en la cuenca del río Santa).

En la tabla 2 y en la figura 1 se observa la validez del modelo porque se observa la aproximación entre las descargas máximas instantáneas observadas y las descargas máximas instantáneas generadas.

Para generar las descargas máximas instantáneas en cualquier punto de la cuenca del río Santa se debe usar la ecuación (63), para lo cual es necesario asumir el periodo de retorno de diseño y conocer el área de la cuenca.

CONCLUSIONES

1. El modelo probabilístico de Gumbel es el modelo adecuado para explicar el comportamiento de las descargas máximas instantáneas anuales de la cuenca del río Santa.
2. El modelo regional modificado de Fuller permite hallar las descargas máximas instantáneas anuales en cualquier punto de la cuenca del río Santa, para un periodo de retorno fijado por el proyectista.
3. El modelo regional de Fuller es aplicado para cuencas con áreas comprendidas entre 53 Km² y 3192 Km² y para periodo de retorno de 100 años como máximo.
4. Para estimar las descargas máximas anuales en la cuenca del río Santa es necesario conocer sólo el área de la cuenca y fijar el periodo de retorno de diseño.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Crochín, Sviatoslav. 1983. Diseño Hidráulico, EC, 2 ed. S.I. S.e.

Díaz Salas, Abelardo Manrique. 2010. Estadística y Probabilidad en la Hidrología (Diseño Hidrológico). Lima, PE, Asamblea Nacional de Rectores.

Electroperú - Hidroservice. 1985. Estudio Integral para el Aprovechamiento de la cuenca del río Santa. Lima, PE, Se. anexo G..

Mejía Marcauzco, Jesús Abel. 1999. Análisis de Máximas Avenidas. Universidad Nacional Agraria La Molina. Publidrat. Lima, PE. S.e.

Monsalve Sáenz, Germán. 1995. Hidrología en la Ingeniería. Santa Fe de Bogotá, CO. Tercer Mundo Editores.

Pérez Morales, GB y Rodríguez Castro, A. 2009. Hidrología Superficial <http://www.fic.umich.mx/~bperez/HIDROLOGIA-SUPERF.pdf>.

Varas C. Eduardo y Philippe Bois. (1998). Hidrología Probabilística. CL. Universidad Católica de Chile.

VenTeChow; David R. Maidment y Larry W. Ways 1994. Hidrología Aplicada. Santa Fe de Bogotá, CO. McGraw-Hill Interamericana.

Villón Béjar, Máximo. 2002. Hidrología 2^{da} ed. Lima, PE. Villón.

Correspondencia:

Abelardo Díaz Salas
abelardo_mad@hotmail.com