

---

---

**ARTÍCULOS ORIGINALES**

- Modelamiento matemático de la dispersión de dióxido de azufre en la ciudad de Huaraz  
[Mathematical modeling of the dispersion of sulfur dioxide in the city of Huaraz]  
*Ángel Cobo O., Vladimir Rodríguez S., Jesús Espinola G., Mario Leyva C., Maximiliano Asís L.*..... 9 - 18
- Cuantificación espectrofotométrica de nitritos en salchicha tipo Frankfurt en Huaraz  
[Quantification espectrofotométrica of nitrites in sausage type Frankfurt in Huaraz]  
*Julio Inti B., Julio Henostroza T., Rafael Castro R.*..... 19 - 24
- Rendimiento térmico más eficaz de un muro Trombe de concreto en Huaraz en relación  
al medio ambiente y a las principales orientaciones-2012 [More effective thermal  
performance of a Trombe wall of concrete in Huaraz in relation to the environment and  
the major orientations – 2012]  
*Ronald Corrales P., Víctor Villegas Z.*..... 25 - 35
- Evaluación del desempeño sísmico del pabellón de laboratorios comunes en la ciudad  
universitaria de la UNASAM, Huaraz – 2013 [Evaluation of seismic performance of the  
pavilion of common laboratories in the university town of UNASAM, Huaraz – 2013]  
*Jorge Bedon L., Luis Ita R., Elio Milla V.*..... 36 - 43
- Propagación del Huanarpo (*Jatropha Macrantha*) con fines de conservación y  
repoblación en la región Ancash [Huanarpo (*Jatropha Macrantha*) propagation for  
conservation and resettlement purposes in the Ancash región]  
*Prudencio Hidalgo C., César Dávila P., Eladio Tuya C., Zenobio Ospina O., Judith  
Norabuena V.*..... 44 - 52
- La puesta en valor del patrimonio minero como alternativa económica tras el cese de la  
actividad extractiva. Análisis del caso Español. [Enhacement of mining heritage as an  
economic alternative after ceasing the extractive activities. Analysis of Epanish case.]  
*Rubén Pérez ., Gema Fernández M., Julio de Luis Ruiz., Raúl Husillos R.*..... 53 - 61
- Resistencias y costos unitarios de concretos fabricados con agregados de la cantera Tacllán,  
curados con agua y antisol s [Resistance and costs unit of concrete made with aggregates  
from the quarry Tacllán, cured with water and sunscreens s]  
*Víctor Villegas Z., Miguel Corrales P.*..... 62 - 68

Ampliación del concepto de líneas de influencia a superficies de influencia con elementos finitos, en puentes de C° A° tipo losa [Turning of influence line concepts into influence surface creation, using finite element method for slab concrete bridges]

*Willi Taipe F.*..... 69 - 77

Conocimiento sobre transmisión y prevención del VIH/Sida en estudiantes del I Ciclo de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, Huaraz- 2012-I [Knowledge transfer and HIV/AIDS in students of cycle I Santiago Antúnez of Mayolo National University, Huaraz-2012-I]

*Marcelo Arotoma O., Bibiana León H., Enid Arotoma N., Julio Menacho., L Ángel Mendoza L.*..... 78 - 87

Factores de riesgo asociados al embarazo en adolescentes en el Callejón de Huaylas, 2012 [Risk factors associated with teenage pregnancy in the Callejón de Huaylas, 2012]

*Yuliana De la Cruz R., Augusto Olaza M.*..... 88 - 97

La exportación de hortalizas y legumbres en el marco de la firma del TLC con EE.UU y el desarrollo del sector agrícola en la provincia de Huaylas 2009- 2011 [Export of vegetables in the framework of signature with USA and development of agricultural sector in the province of Huaylas 2009- 2011]

*José Ruiz V., Dominga Ayvar C.*..... 98 - 105

La publicidad electrónica y tradicional en relación a la efectividad para la captación de clientes en los hoteles de la Ciudad de Huaraz, 2008 [The electronic and traditional advertising and their effectiveness to attract customers in the hotels in the city of Huaraz, 2008]

*Maria García F., Félix Lirio L., Roger Norabuena F., Edwin Ramirez A.*..... 106 - 112

Influencia de la teoría del espejo lacaniano en el análisis de las imágenes fijas publicitarias en los estudiantes del 5° grado de educación secundaria de la I.E. "Señor de la Soledad" de Huaraz-2013. [The influence of the theory of the mirror lacaniano in the analysis of the fixed images advertized in the students of the fifth grade of the junior high in the education institution " Señor d ela Soledad " of Huaraz 2013.]

*Vidal Guerrero T., Dino Palacios M.*..... 113 - 121

El ciberplagio en trabajos académicos en la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo [Cyberplagiarism in academic work in the University National Santiago Antúnez de Mayolo]

*Isaac Morales., Félix Julca., María Méndez.*..... 122 - 131

## ENSAYO

Algunos problemas epistemológicos y metodológicos de la investigación en ciencias sociales

*Jorge Lora C.*..... 132 - 144

## Ampliación del concepto de líneas de influencia a superficies de influencia con elementos finitos, en puentes de C<sup>o</sup> A<sup>o</sup> tipo losa

Turning of influence line concepts into influence surface creation, using finite element method for slab concrete bridges

Willi Taipe F<sup>1</sup>.

### RESUMEN

La investigación tuvo como propósito la creación de superficies de influencia para puentes de concreto armado tipo losa, utilizando el Método de elementos finitos, siguiéndose la misma metodología utilizada para la creación de una línea de influencia; desarrollándose una investigación correlacional con un diseño cuasi experimental. Para el cálculo numérico se consideró una solicitación constante en magnitud que varía de posición en el tiempo; de este modo, en cada posición que adopta la carga se resuelve la estructura y se encuentra un punto de la superficie de influencia, del punto y de la fuerza interna deseada. La estructura es modelada como un medio continuo apoyado en sus extremos y se supone que trabaja en el rango elástico y sigue el comportamiento de la teoría de placas delgadas; para el análisis y solución de la estructura se aplica MEF y un programa desarrollado en MATLAB. Presenta detalladamente el procesamiento y análisis del medio continuo (puente), teniéndose que, con un análisis realizado con superficies de influencia se obtienen fuerzas internas menores en la estructura, que cuando se analiza con el método de líneas de influencia. Como ejemplo aplicativo de la metodología usada, se presentan los resultados referentes a la creación de la superficie de influencia de deflexiones y momentos para un puente de concreto armado simplemente apoyado de 7m de Luz.

**Palabras clave:** superficie de influencia; línea de influencia; elementos finitos.

### ABSTRACT

The investigation had the purpose to create an influence surface for slab concrete bridges using the finite element method (FEM), applying the same methodology used for creating the influence lines. The working developed a correlation investigation with a mean-experimental design. For the numeric calculus, a constant load in magnitude was considered, but with variation in its position over time, in this way, in each position the load stays, the structure is resolved and the influence surface's point is founded, belonging to the point and the internal force for which the surface is required. The structure is modeled as a continuum, simple supported at its edges and working into the elastic rank, and having the behavior of the thin plate's theory, for the analysis of the structure FEM is used and software developed in MATLAB. It is shown in detail the continuum's process an analysis (bridge), resulting that in the analysis using influence surface, minor values of inter forces are gotten than in the analysis using influence lines. Finally, as an example, showing the steps follows in the investigation, a slab concrete bridge of seven meters of span is analyzed and its influence surface of deflections and moments are created.

**Key words:** influence surface; influence line; finite element method.

<sup>1</sup>Graduado de la Maestría en Ing. Estructural. Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo, Huaraz, Ancash - Perú.

## INTRODUCCIÓN

Anteriormente el análisis y la mecánica del medio continuo presentaban muchas dificultades y en especial el de su cálculo numérico, por lo que para simplificar los procesos de su solución, se han hecho muchas simplificaciones teóricas y prácticas, de modo que el análisis del medio continuo y de las estructuras en general resulten fáciles y que los resultados obtenidos con dichos procedimientos simplificados puedan tomarse como confiables.

Para el análisis de cargas móviles se desarrolló el método de líneas de influencia, pero ahora, debido a la implementación de métodos y de la tecnología computacional es posible el análisis de todo el medio continuo y por ende de ampliar el concepto de línea de influencia al de superficie de influencia de modo tal que muy prontamente se abandone el uso de las líneas de influencia.

Los programas de ingeniería tales como SAP2000, ETABS, SAFE, MIDAS, etc; que permiten desarrollar cálculos de análisis y diseño de estructuras, usan en su contenido programático el método de elementos finitos, el cual no es posible modificar; asimismo la gran mayoría de profesionales usan dichos programas sin tener en cuenta de los pasos y del desarrollo que hace el software, ello ha llevado a que no se conozca el método en el cual se basa el análisis y a convertirlos en meros usuarios.

La investigación muestra en forma clara el método de elementos finitos y una de sus aplicaciones prácticas, desarrollando un ejemplo aplicativo consistente en la creación de superficies de influencia siguiendo la misma metodología que se usa para la creación de una línea de influencia.

El trabajo ha requerido la elaboración de un software educativo el cual es de libre acceso y cuyo algoritmo de programación es modificable a necesidad del usuario, de modo que los profesionales puedan alterar a

conveniencia el software y probar diferentes posibilidades de análisis en cuanto a la creación de superficies de influencia.

## MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio según su grado de abstracción es aplicativo, debido a que utiliza la información que ya se tiene al respecto y trata de ampliar los conocimientos en su respectivo campo. Según la naturaleza de los objetivos es correlacional, porque relaciona variables, en este caso las fuerzas internas en la estructura con la sollicitación móvil. Según su enfoque es Cuantitativo, toda vez que para la ampliación del concepto de línea de influencia a superficie de influencia y el cálculo de las fuerzas internas, se hace uso de las matemáticas.

El trabajo tiene como población de estudio y análisis los puentes tipo losa simplemente apoyados, la muestra para la construcción de las superficies de influencia la constituye un puente tipo losa de 7m de luz de concreto armado, constituyéndose esta en una muestra no probabilística.

Se utilizó la recopilación y análisis de datos como instrumento de recolección de información, revisándose la bibliografía relacionada a Mecánica de materiales, puentes, líneas de influencia, teoría de elementos finitos, programación, normas, etc.

Se supone al continuo simplemente apoyado y que trabaja dentro del rango elástico; para la función de forma en el método de elementos finitos se ha considerado una de forma Polinomial y elementos rectangulares. El análisis de los datos se realizó por medio de un programa computacional, el mismo que fue desarrollado en MATLAB.

## RESULTADOS

### 1. Línea y superficie de influencia de flechas

Como aplicación práctica del estudio, se crea la superficie de influencia de deflexiones y momentos para un puente tipo losa de Concreto Armado simplemente apoyado de 7m de Luz y 3.60m de ancho de calzada.

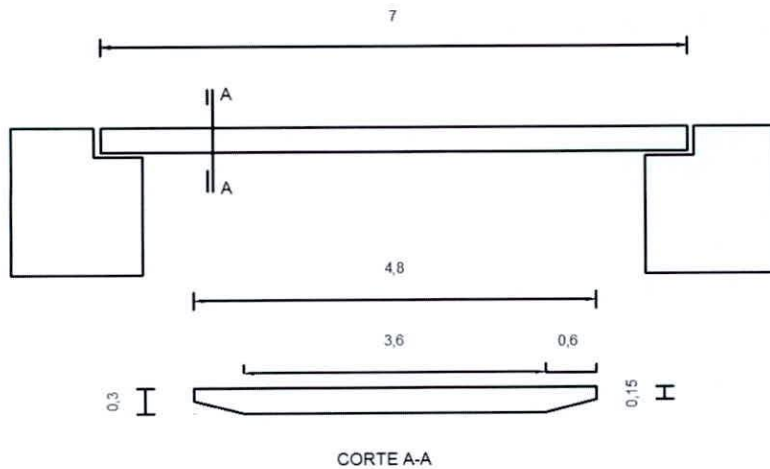


Figura 1. Geometría del ejemplo de aplicación

$$f_c = 2800 \text{ tn/m}^2$$

$$E = 2509980 \text{ tn/m}^2$$

$$\mu = 0.2$$

$$G = 1045825 \text{ tn/m}^2$$

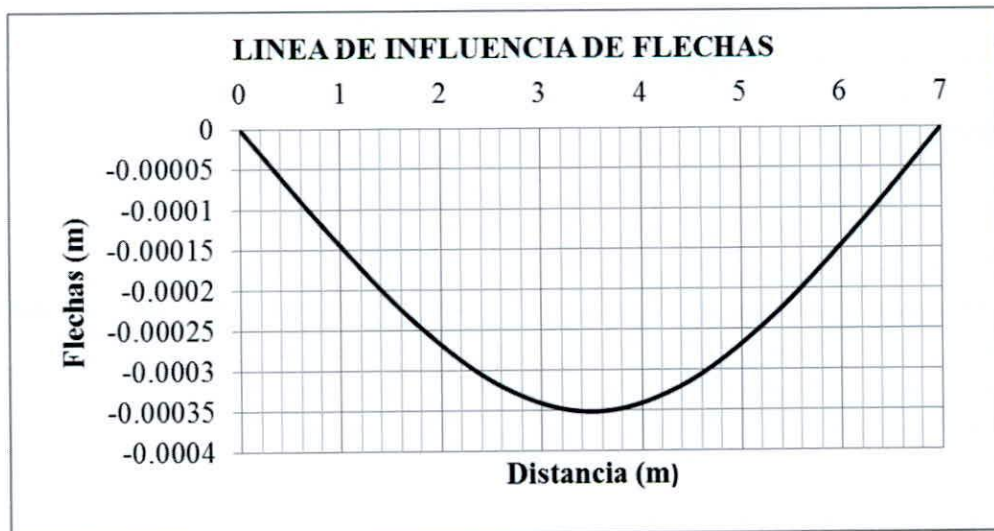


Figura 2. Línea de influencia de deflexiones para el punto medio de la losa

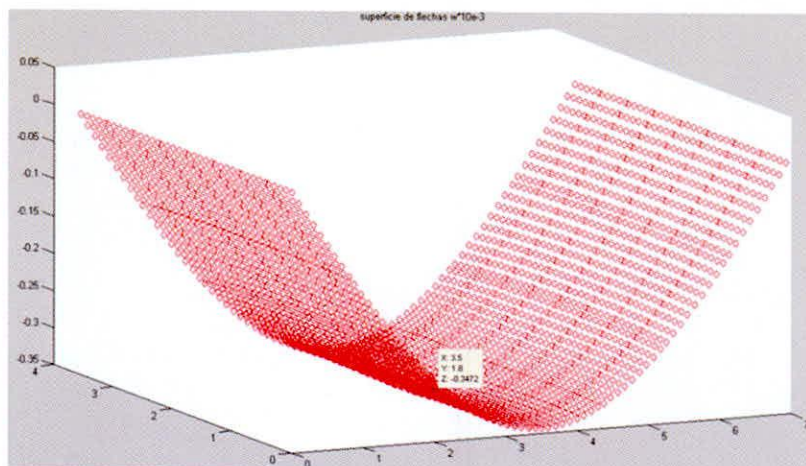


Figura 3. Superficie de influencia de flechas para el punto medio del puente:

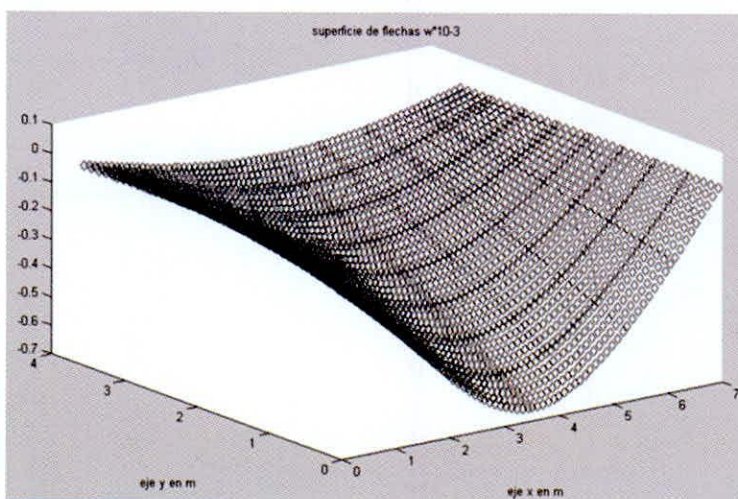


Figura 4. Superficie de influencia de flechas para el punto x=3.5, y=0.45.

2. Línea y superficie de influencia de momentos

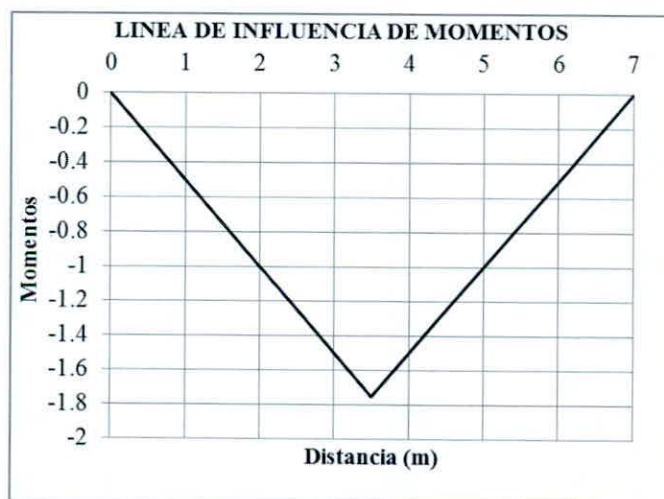


Figura 5. Línea de influencia de momentos para el punto medio de la losa

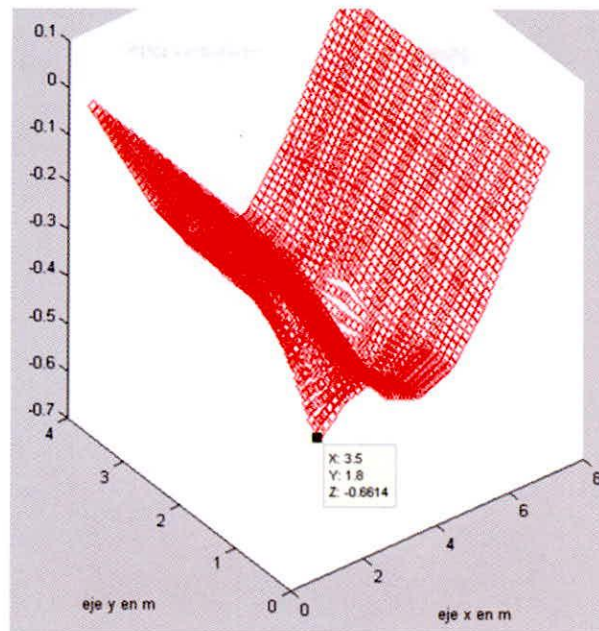


Figura 6. Superficie de influencia de momento flector ( $M_x$ ) para el punto medio del puente

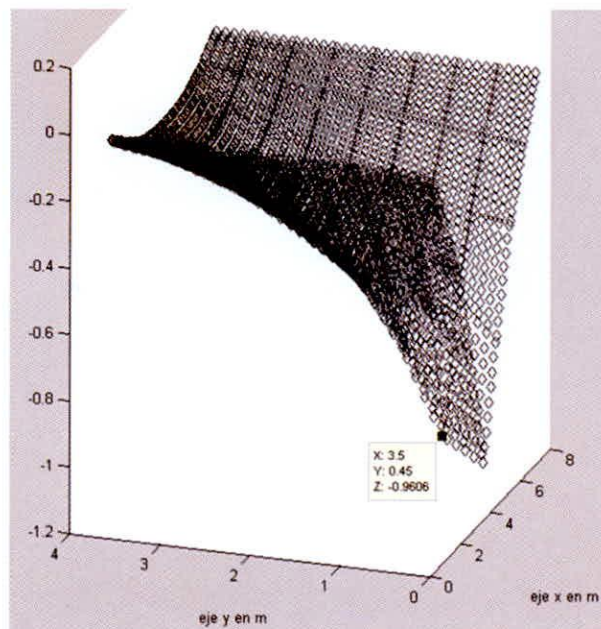


Figura 7. Superficie de influencia de momento flector ( $M_x$ ), para el punto  $x=3.5$ ,  $y=0.45$

Tabla 1. Cuadro comparativo de resultados numéricos obtenidos

	<b>Punto Medio</b> <b>x=3.5, y=1.8</b>	<b>Extremo</b> <b>x=3.5, y=0.45</b>
<b>Línea. Inf. FLECHAS</b>	-3.51E-04	-3.51E-04
<b>Línea. Inf. MOMENTOS</b>	-1.75000	-1.75000
<b>Sup. Inf. FLECHAS</b>	-3.47E-04	-5.70E-04
<b>Sup. Inf. Mx</b>	-0.66140	-0.96060
<b>Sup. Inf. My</b>	-0.34850	-0.22160
<b>Sup. Inf. SAP FLECHAS</b>	-3.46E-04	-4.65E-04
<b>Sup. Inf. SAP Mx</b>	-0.62460	-0.74840
<b>Sup. Inf. SAP My</b>	-0.30940	-0.09000

La tabla 1, muestra los resultados numéricos obtenidos en el estudio, las dos primeras líneas muestran los resultados obtenidos con líneas de influencia tanto para el punto medio y punto extremo central del puente, las tres siguientes líneas muestran los resultados obtenidos con el programa creado también para los puntos medio y extremo, del mismo modo las tres últimas líneas muestran los resultados obtenidos con el programa SAP2000 también para los puntos mencionados.

Si consideramos como el 100% los valores obtenidos con las líneas de influencia tendremos la siguiente tabla 2, la cual muestra la variación porcentual de valores de los resultados obtenidos.

Tabla 2. Cuadro comparativo de resultados numéricos obtenidos en porcentaje

	<b>% Variación</b> <b>x=3.5, y=1.8</b>	<b>% Variación</b> <b>x=3.5, y=0.45</b>
<b>Línea. Inf. FLECHAS</b>	100%	100%
<b>Línea. Inf. MOMENTOS</b>	100%	100%
<b>Sup. Inf. FLECHAS</b>	99%	162%
<b>Sup. Inf. Mx</b>	38%	55%
<b>Sup. Inf. My</b>	-----	-----
<b>Sup. Inf. SAP FLECHAS</b>	99%	132%
<b>Sup. Inf. SAP Mx</b>	36%	43%
<b>Sup. Inf. SAP My</b>	-----	-----

## DISCUSIÓN

Para la creación de las superficies de influencia se ha seguido la misma metodología aplicada para la construcción de líneas de influencia, (Hutton, 2004) esta consiste en hacer variar la posición de una carga unitaria a lo largo de una línea que representa la luz del puente, de este modo en cada posición "x" que adopta la carga se obtiene el valor de la función "y" de fuerza interna y del punto requerido, con lo cual se tiene los puntos (x, y) para la gráfica de la

función. La solución del sistema con carga unitaria se realiza con la teoría de la Resistencia de Materiales.

Para el caso de superficies de influencia la carga unitaria adopta la posición no solo a lo largo de la luz del puente, sino también a su ancho, con lo cual se tienen tres puntos (x, y, z), la coordenada "x" define la posición en el largo del puente, la coordenada "y" define la posición en el ancho del puente y la coordenada "z"



define el valor de la función de fuerza interna, y que cuya superficie se desea construir. Es claro que ahora la representación del puente no es una línea, sino un plano (continuo), y que para su solución es necesario hacer ciertas suposiciones, las que ayudan a modelarlo y resolverlo.

Estas suposiciones son realizados tanto en el material como en su comportamiento; en material se considera que el concreto es un material homogéneo e isotrópico (Mcguire, 2000) ; en comportamiento se ha supuesto que trabaja en el rango elástico y que es una placa de Kirchoff; con lo cual es posible su análisis y solución pero esta vez aplicando la teoría de la Elasticidad y el método de Elementos Finitos (Kattan, 2008).

Para la solución de la estructura y el trabajo con elementos finitos se ha desarrollado un programa académico, el cual está escrito en el programa MATLAB, teniéndose que el tiempo en la solución del sistema es considerablemente grande (3 minutos en promedio), lo cual indica que el algoritmo planteado no es eficiente, sin embargo es capaz de lograr los objetivos planteados y, debido a su carácter libre este puede ser mejorado y modificado a criterio del usuario; así como pueden ser libremente extraídas ciertas partes del programa para su incorporación a otro algoritmo.

A continuación se señalan los aspectos más importantes de la variación de las superficies de influencia de flechas y momento flector para los puntos A (medio) y B (extremo).

A) Superficie de flechas y momentos para el punto medio del puente. ( $x=3.5, y=1.8$ ).

Observando la figura 01, la línea de influencia de flechas para el punto medio del puente tiene la forma cilíndrica, simétrica a ambos extremos, la que es coincidente con la superficie de influencia para el punto medio de la losa (3.5, 1.8) figura 02, variando muy poco en el valor numérico de la máxima flecha (1% de variación).

La línea de influencia de momentos ( $M_x$ ) figura 05 tiene forma triangular, teniendo los dos primeros vértices al inicio y fin del puente, y el tercer vértice en el punto medio, siendo la pendiente al tercer vértice constante. La

superficie de influencia figura 06, no guarda una pendiente constante al tercer vértice, si no que aproximadamente a un metro antes y un metro después del vértice este se modifica, haciéndose más pronunciada, lo cual indica que los puntos cercanos al punto medio toman mayor momento. En cuanto al valor numérico del momento flector, la superficie de influencia tiene un valor (-0.66140) comparado con el valor de la línea de influencia (-1.7500), resultando una variación de (62%).

B) Superficie de flechas y momentos para el punto extremo del ancho del puente. ( $x=3.5, y=0.45$ ).

La línea de influencia para el punto ( $x=3.5, y=0.45$ ), es la misma que para el punto ( $x=3.5, y=1.8$ ) ya que por las limitaciones de la Resistencia de Materiales no hay diferencia en la gráfica tampoco en el valor numérico cuando la carga está en un extremo o cuando está en el medio del ancho del puente (Barker, 2007) ; por lo cual los valores numéricos serán los mismos sea cual fuera la ubicación de la carga dentro del ancho. No sucede lo mismo con la superficie de influencia de flechas o momentos.

La superficie de influencia de flechas para el punto ( $x=3.5, y=0.45$ ) figura 04, muestra que la forma cilíndrica se acentúa en las proximidades del punto del cual se construye la superficie de influencia, atenuándose la forma cilíndrica a medida que se aleja del punto; en cuanto al valor numérico este resulta mayor en un 62% que la que se obtiene con una línea de influencia.

La superficie de influencia de momento, figura 07, muestra que la forma triangular indicada para la posición central, se mantiene en las proximidades del punto del cual se construye la superficie de influencia, cambiando progresivamente a una forma cilíndrica a medida que se aleja del punto de interés, el valor numérico resulta menor en un 45% con referencia a la obtenida con líneas de influencia.

El aumento en el valor de las flechas y disminución en el valor de los momentos flectores ( $M_x$ ), obtenidos con las superficies de influencia, se explica al hecho de que las superficies de influencia toman en cuenta al

aporte de rigidez ya que por su condición de extremo no cuentan con elementos que lo soporten en todo su contorno; por ende las deflexiones se hacen mayores y los momentos disminuyen.

Asimismo en la solución del sistema del continuo, pueden calcularse los momentos flectores en el eje "Y" ( $M_y$ ), cuya forma y valores no pueden ser comparados con las líneas de influencia ya que representan conceptos totalmente diferentes, sin embargo pueden ser comparados con la forma y los valores obtenidos con el programa SAP2000; resaltando que los resultados obtenidos con el programa SAP2000, no son propiamente una superficie de influencia sino una proyección en el plano.

Otro aspecto importante a resaltar es que la variación de los resultados obtenidos con líneas de influencia y superficies de influencia está entre los rangos de 1% a 62% para flechas, y de 45% a 62% para momentos; lo que indica claramente que hay una variación considerable cuando se utilizan métodos más refinados en el análisis de estructuras

## CONCLUSIONES

1. Es posible la creación de superficies de influencia siguiendo la metodología clásica para la creación de líneas de influencia, sin embargo la solución del sistema en este caso (superficie de influencia) se complica, por lo que se deben utilizar métodos de análisis más sofisticados.
2. Un método que permite resolver la estructura y poder crear una superficie de influencia es el Método de Elementos finitos (con ciertas suposiciones y restricciones), para ello es necesario de la ayuda de un computador y un lenguaje de programación, lo que implica la obligatoriedad de desarrollar un algoritmo computacional.
3. La creación de superficies de influencia puede ser hecha para reacciones, deflexiones, momentos, cortantes etc. Teniéndose en cuenta que las variables que

intervienen en el cálculo de las mismas deben estar representadas por la función de forma planteada, debido a que la función de forma es la base de los elementos finitos; (Logan, 2007) como muestra, se han desarrollado las superficies de influencia de deflexiones y momentos flectores.

4. La diferencia que se obtiene al comparar los resultados obtenidos con líneas de influencia y superficies de influencia varían entre los rangos de 1% a 62% para flechas, siendo mayores en las superficies de influencia; y de 45% a 62% para momentos; siendo menores en la superficie de influencia. Dichos valores muestran que la variación es considerable, debiéndose principalmente estas al aporte de rigidez de los elementos que se consideran en el análisis.

## AGRADECIMIENTOS

Mi gratitud a la UNASAM por permitirme seguir mis estudios

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Barker M. Puckett A. 2007. Design of highway bridges and LRFD approach. 2<sup>nd</sup> edition John Wiley & Sons, Inc New Jersey USA.
- Hutton V. 2004. fundamentals of finite element analysis. 1<sup>st</sup> Edition, Mc Graw Hill New York USA.
- Kattan Peter I. 2008. Matlab guide to finite elements. 2<sup>nd</sup> Edition, Springer- Verlag Berlin Heidelberg. New York USA.
- Logan L 2007. A first course in the finite element method. 4<sup>th</sup> edition, Thompson Canada.
- Mcguire W, Gallagher R, Ziemian R. 2000. Matrix structural analysis. 2<sup>nd</sup> Edition John Wiley & Sons, Inc. New York USA.

Ministerio de Transportes y Comunicaciones 2003. Manual de diseño de puentes. MTC Lima-Perú.

Ortiz B. 1998. Elasticidad. 3ra edición, McGraw Hill/interamericana España.

Timoshenko S, Gere J. 1986. Mecánica de materiales. Segunda Edición Grupo Editorial Iberoamericana México.

Timoshenko S, Goodier J. 1951. theory of elasticity. 2<sup>nd</sup> Edition, McGraw Hill, USA.

Timoshenko S, Woinowsky S. 1959. Theory of plates and shells. 2<sup>nd</sup> edition McGraw-Hill Book Company, Inc. USA.

Young W. Hyochoong B. 1997. the finite element method using Matlab. CRC Press LLC. USA

Yu-Qiu L., Song C., Zhi-Fei L. 2009. Advanced finite element method in structural engineering. 1<sup>st</sup> Edition, Tsinghua University Press, Beijing and Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg. GERMANY.

Zienkiewicz, O. Taylor R. 2000. The finite element method. 5<sup>th</sup> edition volume I, Butterworth-Heinemann, London, England.

**Correspondencia**

Willi Taipe Florez  
willitaipe@hotmail.com