



# APORTE SANTIAGUINO

*Ciencia, cultura, tecnología e innovación*

Volumen 1 Número 1

Enero – Junio 2008



Órgano Oficial de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo  
Huaraz - Perú

## APORTE SANTIAGUINO

Órgano Oficial de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo

CONTENIDO	Pág.
PRESENTACIÓN	5
EFFECTO DE LA FERTILIZACION NITROGENADA EN EL RENDIMIENTO Y CALIDAD DEL CULTIVO DE AJI ESCABECHE ( <i>Capsicum baccatum</i> Var <i>Pendulum</i> ) EN LA ESTACION EXPERIMENTAL DONOSO – HUARAL Carlos Afonso Laos Ossa, Gerardo Irigoyen Díaz	7
EVALUACIÓN DE LA CALIDAD DEL DESAYUNO ESCOLAR Y ESTADO NUTRICIONAL EN LOS ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA, DEL CENTRO EDUCATIVO "PEDRO PABLO ATUSPARIA" –HUARAZ Julio Inti Barreto, Julio Henostroza Torres, Ydania Espinoza Bardales, Edith Rosales Chávez.	16
FACTORES OCUPACIONALES QUE GENERAN ACCIDENTES MORTALES EN LA MINERÍA PERUANA Isidro Giraldo, Jacinto Cornelio; Poma Rique, Porfirio Baldomero; Ruiz Castro, Arnaldo Alejandro; Isidro Villanueva, Jimmy Cornelio.	19
EVALUACION DE LA CANTIDAD DE ARSENICO EN EL AIRE GENERADO POR EL PASIVO AMBIENTAL DE LA EX COMPAÑIA MINERA ALIANZA EN LA LOCALIDAD DE TICAPAMPA – PERIODO 2007 Porfirio B. Poma Rique, Juan R. Quiñones Poma.	26
DETERMINACIÓN DEL COSTO ÓPTIMO DE FABRICACION INDUSTRIAL DEL ALIMENTO BALANCEADO PARA TRUCHAS ARCO IRIS ( <i>Oncorhynchus Mykiss</i> W.) EN LA ETAPA DE CRECIMIENTO A PARTIR DE LA CEBADA Y JORA DE MAIZ ROJO (Huarotambo) Rolando R. Salazar Cáceres, Paula Elvira Falcón Romero, Salomé González Lizarme, Maximiliano Choy Wong.	30
DISEÑO DE MÉTODOS DE EXPLOTACIÓN PARA MINAS CARBONÍFERAS DE LA ZONA NORTE DEL CALLEJÓN DE HUAYLAS. Javier Enrique Sotelo Montes, Flavio Augusto Ramos Aquino.	37
INCIDENCIA Y DISTRIBUCIÓN DE PRINCIPALES VIRUS FITOPATOGENOS EN EL CULTIVO DE MAIZ AMILACEO, A NIVEL DEL CALLEJÓN DE HUAYLAS. Violeta Medina Córdova, José Ramírez Maldonado,	42
"VERIFICACION IN SITU DE LOS LINDEROS DE PREDIOS MEDIANTE EL USO DE NAVEGADOR GPS CON CAPACIDAD DE MAPEO" Ing. Msc. Joaquin Samuel Tamara Rodríguez, Ing. John Frayluis Barreto Palma.	48
MODELOS PARA ESTIMAR LA PRECIPITACION EN FUNCION A LA ALTITUD, LATITUD Y LONGITUD EN LA CUENCA DEL SANTA Rafael Ramon Figueroa Tauquino.	56
"MODELO PARA EL MONITOREO DE CAPACIDADES, A LOS DOCENTES DEL PROGRAMA DE CAPACITACIÓN DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE LA PROVINCIA DE HUARI – ANCASH" Erick Giovanni Flores Chacon.	61
"DESARROLLO DE UN SISTEMA DE PRONÓSTICO DE APOYO A LA GESTIÓN ACADÉMICA Y PLANEACIÓN ESTRATÉGICA EN LA UNASAM" Eddy Jesús Montañez Muñoz, Fernando Raúl Arce Zúñiga	68
<b>ANÁLISIS DE LA ECUACION DE TERZAGHI PARA EL EXCESO DE PRESION EN CIMENTACIONES</b> Jube Portalatino Zevallos, Esmelin Niqin Alayo, Marcos Zambrano Fernandez.	<b>72</b>
ESTABILIDAD ASINTÓTICA EN EL ESPECTRO DE UN SEMIGRUPO FUERTEMENTE CONTINUO. Alexander Pacheco Castillo, Miguel Angel Yglesias Jáuregui	77
DESARROLLO DE UN MODELO DE LOCALIZACIÓN DE ESTACIONES DE GAS NATURAL VEHICULAR EN LA CIUDAD DE HUARAZ Esmelin Niqin Alayo, Henry Ángel Garrido Angulo, Jesús Edilberto Espinola Gonzáles.	81
"ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE ALGUNOS FACTORES DETERMINANTES QUE INFLUYEN EN LA ENFERMEDAD DE LOS PACIENTES CON HEPATITIS B EN EL HOSPITAL VICTOR RAMOS GUARDIA- HUARAZ – 2006" Walter Alejandro Varela Rojas, Jorge Luis Llanos Tiznado, Juan de la Rosa Díaz Ortiz, María Luisa Medina Gutiérrez.	86
EFFECTIVIDAD DE LA ECOGRAFÍA EN EL DIAGNÓSTICO DE LAS COMPLICACIONES FETALES DEL EMBARAZO GEMELAR, HOSPITAL REGIONAL "ELEAZAR GUZMÁN BARRÓN" DE CHIMBOTE, PERÍODO 2002-2005. Yuliana Mercedes De la Cruz Ramírez y Augusto Félix Olaza Maguiña.	90
FACTORES PSICOSOCIALES RELACIONADOS CON EL USO DE DROGAS EN ESCOLARES DEL CUARTO Y QUINTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA ZONA RURAL DEL CALLEJON DE HUAYLAS Rosario Yslado Méndez y Rosa Vilchez Vasquez.	95
ESTUDIO COMPARATIVO DE LA ECOGRAFÍA TRANSABDOMINAL VERSUS LA ECOGRAFÍA TRANSVAGINAL EN EL DIAGNÓSTICO DE PLACENTA PREVIA, HOSPITAL REGIONAL "ELEAZAR GUZMÁN BARRÓN" DE CHIMBOTE, PERÍODO 2003-2005. Augusto Félix Olaza Maguiña y Yuliana Mercedes De la Cruz Ramírez.	101
"DISPOSICIÓN DE PAGO POR EL MÉTODO DE VALORACIÓN CONTINGENTE – PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES EN LA CIUDAD DE CARHUAZ" MSc. Econ. Juan Manuel Castro Gutiérrez, MSc. Adm. Ricardo Toledo Quiñones.	105
"EL SISTEMA TRIBUTARIO COMO FACTOR DE REDUCCIÓN DE LA ECONOMÍA INFORMAL EN LA ACTIVIDAD AGRÍCOLA EN EL CALLEJÓN DE HUAYLAS" José Rosario Ruiz Vera, Juan Alejandro Murga Ortiz, Luis Enrique Natividad Cerna.	110
ACTITUDES LINGÜÍSTICAS EN LOS POBLADORES BILINGÜES DEL CALLEJÓN DE HUAYLAS Oscar Esteban Roldán Rosales	115
"APLICACIÓN DE REDES SOCIALES EN EL ESTUDIO DE LAS RELACIONES ENTRE LA UNASAM Y LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE LA CIUDAD DE HUARAZ". Simeón Moisés Huerta Rosales, Rudecindo Albino Penadillo Lirio.	120

# ANALISIS DE LA ECUACION DE TERZAGHI PARA EL EXCESO DE PRESION EN CIMENTACIONES

## Analys of Terzaghi's Equation for the Excess of Pressure on Consolidations

Jube Portalatino Zevallos<sup>1</sup>, Esmelin Niquin Alayo<sup>2</sup>, Marcos Zambrano Fernandez<sup>3</sup>

### RESUMEN

El desarrollo de la computación e informática ha permitido en la actualidad que muchas de las áreas del conocimiento humano se automaticen, entre ellos: *La Mecánica de Suelos*. La posibilidad de analizar el comportamiento de un modelo existente en campo de la ingeniería usando el análisis y llevando los resultados a una automatización constituye la parte fundamental del presente trabajo. Las herramientas matemáticas para el análisis de la ecuación de Terzaghi y los resultados de la Teoría de Fourier junto con los resultados del análisis de la ecuación de Sturm-Liouville, se aplicarán a la ecuación de Terzaghi para resolverla y analizarla. La herramienta software que se usará es el entorno de herramientas matemáticas denominado *Laboratorio Matemático* o **Matlab**, con el se construirán módulos que interactúen entre sí y automatizen los resultados de la solución de la ecuación de Terzaghi. Un aspecto relevante del presente trabajo es el desarrollo de la solución de la ecuación de Terzaghi usando la programación computacional.

**Palabras clave:** Ecuación de Terzaghi, Teoría de Fourier. Laboratorio Matemático Matlab. Programación Computacional.

### ABSTRACT

The development in the computer and informatic technology has permitted, at the present time many of human knowledge make automatic, between them: The Ground's Mechanical. The possibility to analyze the behaviour of a present model in the engineering branch using the analysis and throught out such outcomes towards an automation is the core of this work. The mathematical tools using in the Terzaghi's equation analysis, and the results of the Fourier's Theory along with the results of the Sturm-Liouville's equation analysis, these tools will be applied Terzaghi's equation, so that it is solved and saw in analysis. The software tool, which will be used, it is the mathematical tools ide, called *Mathematical Laboratory* or **Matlab**. Using Matlab, we created a several modules so that they can make a communication between themselves and this way comes the automation the results by the solution of the Terzaghi's equation. An aspect that it makes itself high in this work is the development of the Terzaghi's equation solution using the computer programming.

**Key Words:** Terzaghi's equation, Fourier Theory, Mathematical Laboratory Matlab. Computer Programming.

### INTRODUCCIÓN

El presente trabajo está orientado al análisis de la ecuación de Terzaghi y con ello se desarrolla una implementación en el entorno matemático Matlab para simular la solución numérica de la ecuación de Terzaghi.

En la educación universitaria es poco frecuente el desarrollo de la solución numérica de una ecuación diferencial que representa un fenómeno. Es importante mostrar los procedimientos que involucran la consolidación de una manera práctica, dado que muchas veces la solución obtenida, queda en teoría.

La ausencia de implementaciones para desarrollar numéricamente la solución de la ecuación diferencial de Terzaghi conforma el antecedente para este proyecto.

#### **Objetivo general:**

DESARROLLAR EL ANALISIS NUMERICO DE LA ECUACIÓN DE TERZAGHI PARA EL EXCESO DE PRESIÓN EN SUELOS ARCILLOSOS Y AUTOMATIZARLO.

#### **Objetivos específicos**

1. Implementar un programa computacional para la solución numérica y visualización gráfica de la solución de Terzaghi.

<sup>1</sup> Mag. Ciencias e Ingeniería, Docente Principal de la Facultad de Ciencias.

<sup>2</sup> Mag. Ciencias e Ingeniería, Docente Principal de la Facultad de Ciencias.

<sup>3</sup> Mag. Ciencias e Ingeniería, Docente Auxiliar de la Facultad de Ciencias.

- Estimular el aprendizaje de los modelos matemáticos aplicados a la ingeniería usando un software matemático.

**MATERIALES Y MÉTODOS**

**a. Materiales**

- La Teoría de Fourier.
- El Sistema Operativo Windows, el Entorno – Laboratorio Matlab.
- Una Laptop HP-Pavilion ZV-5000, CDs y memorias USB, una impresora láser HP.

**b. Métodos**

**Teoría de Terzaghi**

La consolidación es resultado de la disipación gradual del exceso de presión de agua en un estrato de arcilla. En un drenaje vertical (sólo en la dirección de:  $\frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$ , donde  $C_v$  es llamado *coeficiente de consolidación vertical* y está dado por:

$$C_v = \frac{k}{m_v \gamma_w} = \frac{k}{\frac{\Delta e}{\Delta p(1+e_{av})} \gamma_w}$$

donde:

$k$  = permeabilidad hidráulica de la arcilla,  $\Delta e$  = cambio total de la relación de vacíos causada por un incremento  $\Delta p$ ,  $e_{av}$  = relación de vacíos promedio durante la consolidación,  $m_v$  = *coeficiente volumétrico de compresibilidad*.

La EDP de Terzaghi, puede formularse en base a las siguientes condiciones:

- En  $z = H$  se encuentra un estrato altamente permeable y de ahí que el exceso de presión de poro en esos puntos será inmediatamente disipada:  $u(H,t) = 0$  donde:  $H$  = longitud de la trayectoria máxima de drenaje.
- En el momento inicial  $t = 0$ ,  $u(z, 0)$  denota la presión intersticial el cual es  $q$ , el cual se transmite a todo el estrato, con lo cual:  $u(z, 0) = q$
- En el fondo del estrato compresible, consideremos una capa de roca, por lo cual el drenaje se efectuará solo en un sentido: el de arriba. Esto implica que en el fondo del mismo estrato ( $z = 0$ ) no existe una variación del exceso de presión intesticial en cualquier tiempo, esto lo expresamos como:

$$\frac{\partial u}{\partial z}(0,t) = 0$$

**Formulación de la EDP de Terzaghi**

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial z} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \\ u(H,t) = 0 \\ u(z,0) = q \\ \frac{\partial u}{\partial z}(0,t) = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

**RESULTADOS**

Asumimos que la EDP de Terzaghi, asumiendo que  $u(z,t) = Z(z)T(t)$

Usando el método de Fourier, dadas las condiciones tenemos:

$$u(z,t) = q \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2}{M} \sin M \left[ 1 - \frac{z}{H} \right] e^{-M^2 T_v} \dots\dots\dots (2)$$

Donde  $T_v$  es llamado *factor de tiempo vertical* y  $M$  están dados por:

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2}, \quad M = \frac{2m+1}{2} \pi, \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

El *grado de consolidación* del estrato de arcilla se define como:

$$U = \frac{S_t}{S_{max}}$$

Donde  $S_t$  es el asentamiento del estrato de arcilla en el tiempo  $t$  después de la aplicación de la carga y  $S_{max}$  el asentamiento máximo.

Para una distribución de la presión de poro del agua inicial  $q$  constante respecto a la profundidad:

$$U = \frac{S_t}{S_{max}} = \frac{\int_0^H q dz - \int_0^H u(z,t) dz}{\int_0^H q dz} \rightarrow$$

$$U = \frac{S_t}{S_{max}} = 1 - \sum_{m=0}^{\infty} \left( \frac{2}{M^2} \right) e^{-M^2 T_v}$$

Sivaram y Swamee (1977) desarrollaron una relación empírica entre  $T_v$  y  $U$ , la cual es valida para  $U$  variando entre 0 y 100%. Esta relación, de acuerdo a [3] es:

$$T_v = \frac{\left( \frac{\pi}{4} \right) \left( \frac{U\%}{100} \right)^2}{\left[ 1 - \left( \frac{U\%}{100} \right)^{5.6} \right]^{0.357}}$$

En el entorno Matlab se crean los siguientes módulos para resolver la EDP de Terzaghi son:

1. **Principal.m.**- es el módulo principal de la aplicación, este viene a ser el núcleo, es el responsable de dirigir varios procedimientos para calcular el grado de consolidación y la visualización gráfica.
2. **grado.m.**- es el módulo encargado de evaluar el grado de consolidación en función del factor de tiempo vertical, para ello, recibe un conjunto factores de tiempo vertical y da los correspondientes grados.
3. **grafica.m.**- elabora las gráficas relacionadas con el grado de consolidación en función del factor de tiempo vertical
4. **promedio.m.**- calcula el grado promedio de consolidación en función del factor de tiempo vertical.
5. **factor.m.**- se encarga de hallar el factor de tiempo vertical, en base al grado promedio de consolidación.

#### grado.m

```
function [Uv,zH]=grado(Tv)
%Establecemos la particion para z/H entre 0 y 1
n = 10; %Numeros de Divisiones
zH = linspace(0, 1, n);
%Calculamos el Grado de Consolidacion
Uv = zeros(1, n);
upper = 10; % Indica el limite superior en la suma
for k = 1:n
    S = 0;
    for m = 0:upper
        M = (2 * m + 1) * pi / 2;
        S = S + (2 / M) * sin(M * (1 - zH(k))) * exp(- M^2 * Tv);
    end
    Uv(k) = 1 - S;
end
```

#### grafica.m

```
function grafica(MU, MH, flag)
% MU matriz que contiene los valores para t
% MH es un vector que contiene valores respectivos para MU
% de z/H que varian de 0 a 1
% flag indica [1] graficas juntas y [0] se realizaran diversas graficas
[filas, columnas] = size(MU);
% Establecemos la paleta de colores
pal = 'bkgrm';
if flag == 0
    for k = 1:filas
        subplot(1, filas, k), plot(MU(k,:), MH); grid
    end
else
    s = 1;
    for k = 1:filas
        p = mod(s, 5); s = s + 1;
        if s == 5
```

```
            s = 1;
        end
        plot(MU(k,:), MH, pal(p)); grid; hold on
    end
    hold off
end
xlabel('GRADO DE CONSOLIDACION Uv');
ylabel('z/H');
```

#### promedio.m

```
function promedio(n)
S = 0; % Es la variable que acumula la suma
N = 20; % Es el limite superior de la suma
Tv = linspace(0.1, n, 10); U = zeros(0, 10);
for k = 1:10
    for m = 0:N
        M = (2 * m + 1) * (pi / 2); S = S + (2 / M^2) * exp(- M^2 * Tv(k));
    end
    U(k) = 1 - S;
end
plot(Tv, U, 'b', Tv, U, 'go'); grid
xlabel('Factor de Tiempo Tv'); ylabel('Grado Promedio de Consolidacion U%');
title('GRADO PROMEDIO DE CONSOLIDACION versus FACTOR DE TIEMPO');
```

#### factor.m

```
function tv = factor(u)
% Graficamos Tv versus el grado de consolidacion U
U = linspace(0, 100, 11); U(11) = 99;
for k = 1:11
    T(k) = ((pi / 4) * (U(k) / 100)^2) / (1 - (U(k) / 100)^(5.6))^(0.357);
end
plot(U, T, 'b'); grid
xlabel('Grado de Consolidacion U%'); ylabel('Factor de Tiempo Vertical');
title('Factor de Tiempo Tv versus Grado Promedio');
% Se calcula el valor de Tv para el grado ingresado
tv = ((pi / 4) * (u / 100)^2) / (1 - (u / 100)^(5.6))^(0.357);
% Mostramos los datos en 10% a 20%
U = linspace(10, 20, 11);
for k = 1:11
    T(k) = ((pi / 4) * (U(k) / 100)^2) / (1 - (U(k) / 100)^(5.6))^(0.357);
end
[T,U]
```

#### principal.m

```
function principal(v)
% v contiene los valores de Tv
% Se calcula el número de tiempos
n = length(v); [U, H] = grado(v(1));
Mh = H; Mu = [];
for k = 1:n
    % Calculamos el grado de Consolidacion en el tiempo t = v(k)
    U = grado(v(k));
    % Adjuntamos a la Matriz de Grados de Consolidacion
```

```
Mu = [Mu; U];
end
% Limpiamos la pantalla grafica
clf
% Enviamos a grafica.m para la visualizacion
grafica(Mu, Mh, 0)
```

**Ejecución para la Solución Numérica de la EDP de Terzaghi**

Definimos *ftv* vector que contiene los valores de  $T_v$ , y ejecutamos *principal.m*: Para cada uno de los valores mencionados se genera una curva que indica la relación del grado de consolidación con respecto a la razón  $z/H$ .

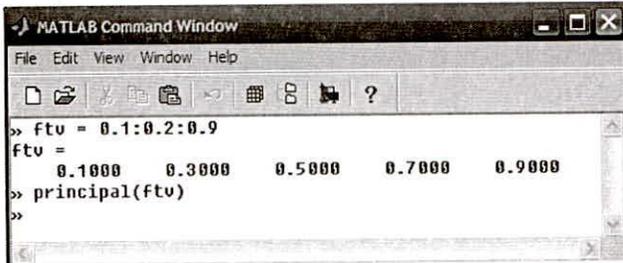


Gráfico 1: Ejecución de *principal.m*

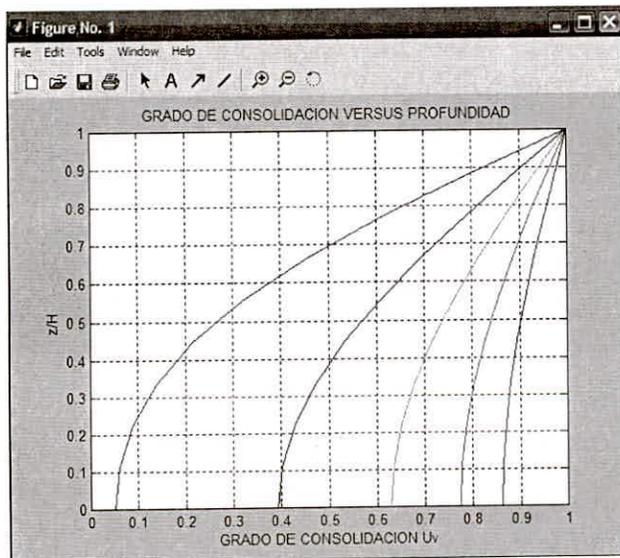


Gráfico 2: Visualización por *grafica.m*

Podemos asimismo ejecutar la orden  $U_v = \text{grado}(\text{ftv}(1))$  para el primer elemento de *ftv*, es decir, 0.1, que tras presionar ENTER tenemos:

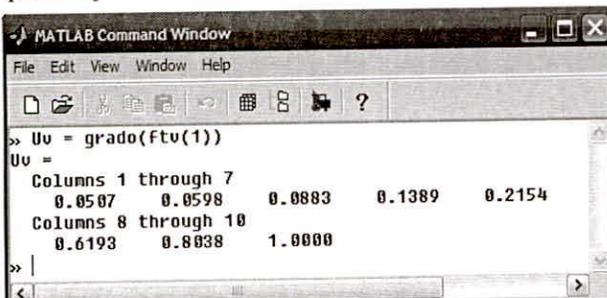


Gráfico 3: Solución numérica para  $\text{ftv}(1) = 0.1$  por *grado.m*

A continuación, procedemos graficar con *promedio.m* en el valor de 5:

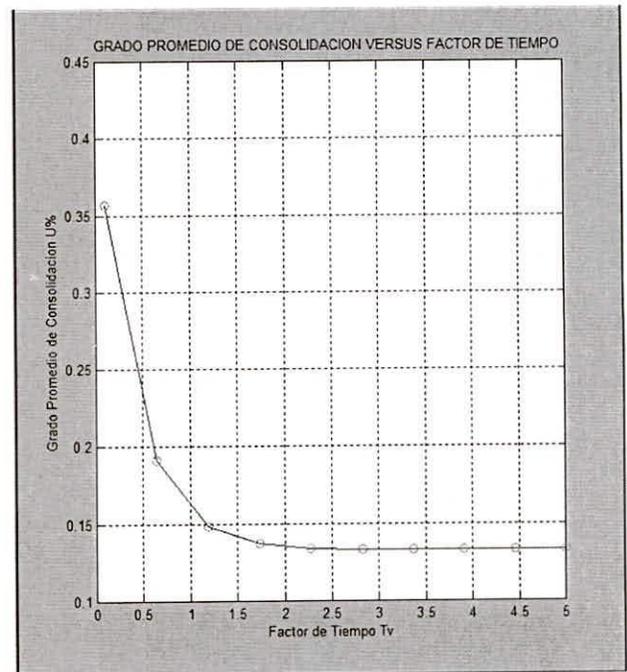


Gráfico 4: Resultado de la ejecución de *promedio.m*

Veamos el gráfico para el factor de tiempo vertical:

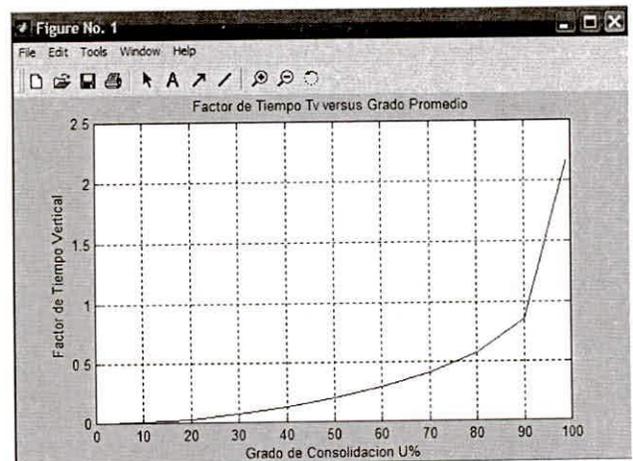


Gráfico 5: Gráfica elaborada por *factor.m*

**DISCUSIÓN**

La solución numérica de la ecuación diferencial de Terzaghi, desarrollada permite la obtención de ciertas características, como son la visualización gráfica. Para visualizar en un solo marco, modificamos el módulo *principal.m* para tener:

```
% Enviamos a grafica.m para la visualizacion
grafica(Mu, Mh, 0)
```

Al ejecutar ahora tenemos cada una de las curvas  $u$  que representa  $U$  respecto a  $z/H$ :

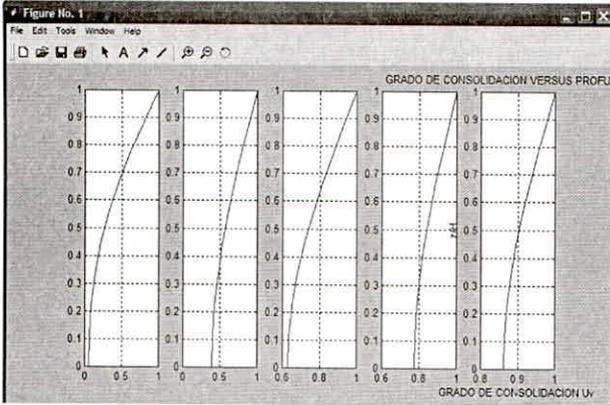


Gráfico 6: Visualización en diversas curvas de *principal.m*

La automatización de proceso confirmó las curvas trazadas por los ingenieros, para calcular el grado de consolidación con respecto a la razón mencionada. Esto puede confirmarse usando cualquier libro que se referencie en la bibliografía, inclusive los datos mostrados puede obtenerse de manera experimental usando las tablas que frecuentemente están contenidas en ábacos.

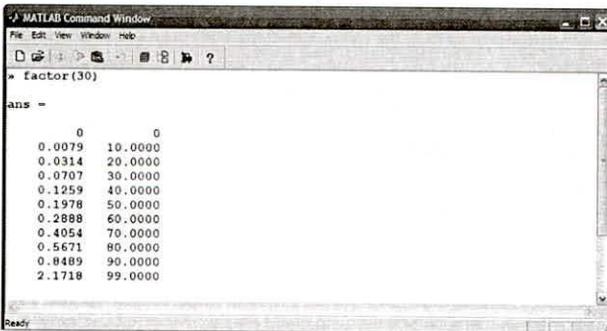


Gráfico 7: Ejecución de *factor.m*

Para obtener, los resultados apreciados en el gráfico 7 agregamos:

```
% Mostramos los datos
[T,U']
```

Al final del módulo *factor.m*.

## CONCLUSIONES

1. Usando las Series de Fourier, se puede resolver analíticamente, la ecuación de Terzaghi, donde el estrato de la base es impermeable.
2. Matlab, permite la solución numérica de la ecuación de Terzaghi, mediante la creación de módulos los cuales evalúan el grado promedio de consolidación y el factor de tiempo vertical.

3. El Matlab, permite una visualización gráfica del proceso de consolidación relacionado el grado promedio de consolidación y el factor de tiempo vertical.

## RECOMENDACIONES

1. Emplear programación distribuida para desarrollar computos que involucran calculos de EDP que modelen fenómenos en la ingeniería.
2. Usar el lenguaje de programación C para desarrollar programas compactos que realicen calculos de las series de Fourier, de esta forma al ser C libre, se tiene un desarrollo de software usando herramientas gratuitas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ALLEN, MARK (2000): "El Matlab – Problemas y Soluciones". Editorial Addison Wesley. Madrid - España.
2. BERRY, PETER L. (1993). "Mecánica de Suelos". Editorial McGraw-Hill, Colombia.
3. BRAJA, DAS. (2001). "Cimentaciones", Editorial Internacional Thompson Editores. México.
4. CHURCHILL, R. (1941). "Fourier Series and Boundary Value Problems". Editorial McGRAW-HILL, Colombia.
5. KUMBHOJKAR, A. (1993). "Numerical Evaluation of Terzaghi's N", Editorial Journal of Geotechnical Engineering, ASCE. USA.
6. TERZAGHI, K y PECK, R. (1955). "Mecánica de Suelos en la Ingeniería Práctica". Editorial El Ateneo. Colombia.

## CORRESPONDENCIA

Responsable: Msc. Jube Ciro Portalatino Zevallos, [jubeportalatino@hotmail.com](mailto:jubeportalatino@hotmail.com)