



APORTE SANTIAGUINO

Ciencia, cultura, tecnología e innovación

Volumen 1 Número 1

Enero – Junio 2008



Órgano Oficial de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo
Huaraz - Perú

APORTE SANTIAGUINO

Órgano Oficial de la Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo

CONTENIDO	Pág.
PRESENTACIÓN	5
EFFECTO DE LA FERTILIZACION NITROGENADA EN EL RENDIMIENTO Y CALIDAD DEL CULTIVO DE AJI ESCABECHE (<i>Capsicum baccatum</i> Var <i>Pendulum</i>) EN LA ESTACION EXPERIMENTAL DONOSO – HUARAL Carlos Afonso Laos Ossa, Gerardo Irigoyen Díaz	7
EVALUACIÓN DE LA CALIDAD DEL DESAYUNO ESCOLAR Y ESTADO NUTRICIONAL EN LOS ALUMNOS DEL PRIMER GRADO DE EDUCACIÓN PRIMARIA, DEL CENTRO EDUCATIVO "PEDRO PABLO ATUSPARIA" –HUARAZ Julio Inti Barreto, Julio Henostroza Torres, Ydania Espinoza Bardales, Edith Rosales Chávez.	16
FACTORES OCUPACIONALES QUE GENERAN ACCIDENTES MORTALES EN LA MINERÍA PERUANA Isidro Giraldo, Jacinto Cornelio; Poma Rique, Porfirio Baldomero; Ruiz Castro, Arnaldo Alejandro; Isidro Villanueva, Jimmy Cornelio.	19
EVALUACION DE LA CANTIDAD DE ARSENICO EN EL AIRE GENERADO POR EL PASIVO AMBIENTAL DE LA EX COMPAÑIA MINERA ALIANZA EN LA LOCALIDAD DE TICAPAMPA – PERIODO 2007 Porfirio B. Poma Rique, Juan R. Quiñones Poma.	26
DETERMINACIÓN DEL COSTO ÓPTIMO DE FABRICACION INDUSTRIAL DEL ALIMENTO BALANCEADO PARA TRUCHAS ARCO IRIS (<i>Oncorhynchus Mykiss</i> W.) EN LA ETAPA DE CRECIMIENTO A PARTIR DE LA CEBADA Y JORA DE MAIZ ROJO (Huarotambo) Rolando R. Salazar Cáceres, Paula Elvira Falcón Romero, Salomé González Lizarme, Maximiliano Choy Wong.	30
DISEÑO DE MÉTODOS DE EXPLOTACIÓN PARA MINAS CARBONÍFERAS DE LA ZONA NORTE DEL CALLEJÓN DE HUAYLAS. Javier Enrique Sotelo Montes, Flavio Augusto Ramos Aquino.	37
INCIDENCIA Y DISTRIBUCIÓN DE PRINCIPALES VIRUS FITOPATOGENOS EN EL CULTIVO DE MAIZ AMILACEO, A NIVEL DEL CALLEJÓN DE HUAYLAS. Violeta Medina Córdova, José Ramírez Maldonado,	42
"VERIFICACION IN SITU DE LOS LINDEROS DE PREDIOS MEDIANTE EL USO DE NAVEGADOR GPS CON CAPACIDAD DE MAPEO" Ing. Msc. Joaquin Samuel Tamara Rodríguez, Ing. John Frayluis Barreto Palma.	48
MODELOS PARA ESTIMAR LA PRECIPITACION EN FUNCION A LA ALTITUD, LATITUD Y LONGITUD EN LA CUENCA DEL SANTA Rafael Ramon Figueroa Tauquino.	56
"MODELO PARA EL MONITOREO DE CAPACIDADES, A LOS DOCENTES DEL PROGRAMA DE CAPACITACIÓN DE LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE LA PROVINCIA DE HUARI – ANCASH" Erick Giovanni Flores Chacon.	61
"DESARROLLO DE UN SISTEMA DE PRONÓSTICO DE APOYO A LA GESTIÓN ACADÉMICA Y PLANEACIÓN ESTRATÉGICA EN LA UNASAM" Eddy Jesús Montañez Muñoz, Fernando Raúl Arce Zúñiga	68
ANALISIS DE LA ECUACION DE TERZAGHI PARA EL EXCESO DE PRESION EN CIMENTACIONES Jube Portalatino Zevallos, Esmelin Niqin Alayo, Marcos Zambrano Fernandez.	72
ESTABILIDAD ASINTÓTICA EN EL ESPECTRO DE UN SEMIGRUPO FUERTEMENTE CONTINUO. Alexander Pacheco Castillo, Miguel Angel Yglesias Jáuregui	77
DESARROLLO DE UN MODELO DE LOCALIZACIÓN DE ESTACIONES DE GAS NATURAL VEHICULAR EN LA CIUDAD DE HUARAZ Esmelin Niqin Alayo, Henry Ángel Garrido Angulo, Jesús Edilberto Espinola Gonzáles.	81
"ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE ALGUNOS FACTORES DETERMINANTES QUE INFLUYEN EN LA ENFERMEDAD DE LOS PACIENTES CON HEPATITIS B EN EL HOSPITAL VICTOR RAMOS GUARDIA- HUARAZ – 2006" Walter Alejandro Varela Rojas, Jorge Luis Llanos Tiznado, Juan de la Rosa Díaz Ortiz, María Luisa Medina Gutiérrez.	86
EFFECTIVIDAD DE LA ECOGRAFÍA EN EL DIAGNÓSTICO DE LAS COMPLICACIONES FETALES DEL EMBARAZO GEMELAR, HOSPITAL REGIONAL "ELEAZAR GUZMÁN BARRÓN" DE CHIMBOTE, PERÍODO 2002-2005. Yuliana Mercedes De la Cruz Ramírez y Augusto Félix Olaza Maguiña.	90
FACTORES PSICOSOCIALES RELACIONADOS CON EL USO DE DROGAS EN ESCOLARES DEL CUARTO Y QUINTO GRADO DE SECUNDARIA DE LA ZONA RURAL DEL CALLEJON DE HUAYLAS Rosario Yslado Méndez y Rosa Vilchez Vasquez.	95
ESTUDIO COMPARATIVO DE LA ECOGRAFÍA TRANSABDOMINAL VERSUS LA ECOGRAFÍA TRANSVAGINAL EN EL DIAGNÓSTICO DE PLACENTA PREVIA, HOSPITAL REGIONAL "ELEAZAR GUZMÁN BARRÓN" DE CHIMBOTE, PERÍODO 2003-2005. Augusto Félix Olaza Maguiña y Yuliana Mercedes De la Cruz Ramírez.	101
"DISPOSICIÓN DE PAGO POR EL MÉTODO DE VALORACIÓN CONTINGENTE – PLANTA DE TRATAMIENTO DE AGUAS RESIDUALES EN LA CIUDAD DE CARHUAZ" MSc. Econ. Juan Manuel Castro Gutiérrez, MSc. Adm. Ricardo Toledo Quiñones.	105
"EL SISTEMA TRIBUTARIO COMO FACTOR DE REDUCCIÓN DE LA ECONOMÍA INFORMAL EN LA ACTIVIDAD AGRÍCOLA EN EL CALLEJÓN DE HUAYLAS" José Rosario Ruiz Vera, Juan Alejandro Murga Ortiz, Luis Enrique Natividad Cerna.	110
ACTITUDES LINGÜÍSTICAS EN LOS POBLADORES BILINGÜES DEL CALLEJÓN DE HUAYLAS Oscar Esteban Roldán Rosales	115
"APLICACIÓN DE REDES SOCIALES EN EL ESTUDIO DE LAS RELACIONES ENTRE LA UNASAM Y LAS INSTITUCIONES EDUCATIVAS DE LA CIUDAD DE HUARAZ". Simeón Moisés Huerta Rosales, Rudecindo Albino Penadillo Lirio.	120

ESTABILIDAD ASINTÓTICA EN EL ESPECTRO DE UN SEMIGRUPO FUERTEMENTE CONTINUO.

Asymptotic stability in the spectrum of a strongly continuous semigroup

ALEXANDER PACHECO CASTILLO¹, MIGUEL ÁNGEL YGLESÍAS JÁUREGUI²

RESUMEN

El presente trabajo de investigación es un estudio de la estabilidad asintótica de las soluciones del Problema Abstracto de Cauchy dado por la ecuación diferencial de primer orden

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t) \\ u(0) = f \end{cases}$$

donde $A: D(A) \subset X \rightarrow X$ un operador lineal cerrado densamente definido sobre un espacio de Banach X , con la condición inicial $f \in D(A)$. Las soluciones del problema planteado son de la forma $t \mapsto T(t)f$, donde $T(t)$ es un operador lineal acotado definido en X .

Juntado todos los operadores $T(t)$ con $t \geq 0$ en un conjunto denotado por $\{T(t)\}_{t \geq 0}$, éste es llamado Semigrupo Fuertemente continuo o también Semigrupo de Clase Co . Lo importante en semigrupos de clase Co es que el operador A genera el semigrupo, y dicho operador se comporta como la derivada de la aplicación $t \mapsto T(t)f$, es por esto que es llamado generador infinitesimal del semigrupo $\{T(t)\}_{t \geq 0}$.

Cuando se hace el estudio de los espectros del semigrupo $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ y del generador A , se confirma que éstos están relacionados mediante los Teoremas de Mapeo Espectral, es por esto que el estudio del espectro de un semigrupo es realizado mediante el estudio del espectro de su generador. Los resultados obtenidos nos demuestran que hay distintos tipos de estabilidad asintótica cuando el espectro del generador está contenido en el semiplano izquierdo de los números complejos.

ABSTRACT

The present investigation work is a study of the stability asymptotics of the solutions of the Abstract Cauchy Problem given for the differential equation of first order

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t) \\ u(0) = f \end{cases}$$

where $A: D(A) \subset X \rightarrow X$ is a densely defined closed operator on a Banach space X , with the initial condition $f \in D(A)$. The solutions of the outlined problem are functions $t \mapsto T(t)f$, where $T(t)$ is a bounded linear operator defined in X .

Joining all the operators $T(t)$ in a set denoted by $\{T(t)\}_{t \geq 0}$, it is called Strongly continuous semigroup or also Semigroup of Class Co . The important in semigroups of class Co is that the operator A is the generator of the semigroup, and this operator behaves as the derived of the application $t \mapsto T(t)f$, is for this reason that is called the infinitesimal generator of the semigroup $\{T(t)\}_{t \geq 0}$.

When one makes the study of the spectrums of the semigroup $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ and of the generator A , we find that these are related by means of Spectral Mapping Theorems, is for this reason that the study of the spectrum of a semigroup is made by means of the study of the spectrum of their generator. The obtained results demonstrate us that there is different types of asymptotic stability when the spectrum of the generator is a subset of the left half-plane of the complex numbers.

¹ Doctor en Educación, Maestro en Matemáticas y Licenciado en Matemáticas.

² Licenciado en Matemáticas con estudios concluidos de maestría en Didáctica de las Ciencias Experimentales.

INTRODUCCIÓN

Una herramienta matemática importante para describir procesos naturales (físicos) dependientes del tiempo, es el semigrupo de operadores lineales. Por ejemplo, el proceso físico de conducción de calor en algún medio de difusión es descrito por la ecuación diferencial:

$$(1) \quad \begin{cases} u'(t) = Au(t) \\ u(0) = u_0 \end{cases}$$

donde $A: D(A) \subset X \rightarrow X$ es un operador lineal sobre un espacio de Banach X , con la condición inicial $u_0 \in D(A)$. Ver Dautray y Lions [4].

Los teoremas sobre existencia y unicidad de soluciones para ecuaciones diferenciales ordinarias y parciales se obtienen de la formulación dada en (1), y el estudio de su solución corresponde a formular ecuaciones de la forma:

$$(2) \quad (\lambda I - A)u = v$$

donde A un operador lineal cerrado sobre un espacio de Banach X , $v \in X$ fijo y $\lambda \in \mathbb{C}$. Ejemplo el problema de Dirichlet:

$$\begin{cases} \lambda u - \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2} = v \\ u = 0, \text{ sobre } \partial\Omega \end{cases}$$

con $\Omega =]0,1[\times]0,1[$ y $v \in L^2(]0,1[\times]0,1[)$ y $\lambda \in \mathbb{C}$. La solución de problemas de la forma (3), o de la forma (2), se reduce a determinar condiciones bajo las cuales el operador $(\lambda I - A)$ es inversible en el espacio de Banach X , donde el operador A está definido, todo esto corresponde a la teoría espectral de operadores. Cuando X es un espacio de dimensión finita, la teoría espectral corresponde al estudio de autovalores de matrices. Ahora, si X es un espacio de dimensión infinita, la generalización de autovalores para operadores lineales cerrados y el estudio de estos, permite obtener información acerca de la existencia y la unicidad de la solución del problema de la forma (2). Ver Dunford y Schwartz [5], E. Kreyszig [6], A. Pazy [8]. Asimismo R. Martin [7] en su paper "Applications of semigroups theory to reaction-diffusion systems" realiza un estudio de como la teoría de semigrupos puede ser aplicada a las ecuaciones diferenciales, para determinar el comportamiento de las soluciones (sin conocer éstas) en problemas de difusión- reacción, para lo cual es necesario utilizar la noción de espectro de un operador.

Con estos resultados, resulta importante analizar como la teoría espectral de un semigrupo fuertemente

continuo, puede ser aplicada en la solución de diferentes tipos de ecuaciones de difusión- reacción, pero más importante es determinar a priori el comportamiento de éstas (estabilidad). Por ello, el estudio del espectro de un semigrupo fuertemente continuo está conducido a determinar el lugar del plano complejo donde se obtiene estabilidad asintótica de las soluciones. Un semigrupo fuertemente continuo consiste en una familia de operadores lineales acotados

$\{T(t) : t \in [0, +\infty[\}$ tal que:

1. $T(0) = I$
2. $T(s+t) = T(s)T(t)$, $\forall s, t \in \mathbb{R}^+$
3. $t \mapsto T(t)$ es continuo con respecto a la topología fuerte, sobre el espacio de operadores lineales acotados.

En base al trabajo de Greiner y Nagel [1]; vemos que el espectro de un semigrupo se obtiene en función del estudio de su generador que es un operador lineal cerrado, en otras palabras el espectro del generador determina el comportamiento del semigrupo.

MATERIAL Y MÉTODOS

El material utilizado en el presente trabajo de investigación es de carácter bibliográfico. El método ha consistido en utilizar la información bibliográfica acerca de los semigrupos de clase C_0 y de su generador. En este estudio se consideró el Teorema de Hille-Yosida, por caracterizar a esta clase de semigrupos y relacionar su generador con el espectro, y usando el método deductivo se caracterizó las propiedades que tiene el espectro de un semigrupo.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los resultados del trabajo de investigación han sido obtenidos a través del proceso de formulación y/o demostración de los Teoremas, todos ellos referentes al estudio de la estabilidad (comportamiento asintótico) de las soluciones $T(\cdot)f$ del problema de valor inicial:

$$\begin{cases} u'(t) = Au(t) + F(t) \\ u(0) = f \end{cases}$$

En este caso, A es el generador del semigrupo $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ sobre el espacio de Banach X y $u(\cdot)$ es una función de \mathbb{R}^+ con valores en X .

A.- En el caso Homogéneo ($F(t) \equiv 0$):

1. Que la cota de crecimiento $\omega(A)$ sea negativa, equivale a la cota espectral $S(A)$ también negativa, asimismo el espectro aproximado $A\sigma(T(t_0))$ se encuentra en el interior del

círculo unitario $|\lambda| < 1$ $\lambda \in \mathbb{C}$, para algún $t_0 > 0$. La importancia de este resultado radicó, en que $\omega(A)$ negativo implicaba que las soluciones $T(t)f$ eran uniformemente estables, es decir:

$$\|T(t)f\| \rightarrow 0 \text{ cuando } t \rightarrow \infty \quad \forall f \in X$$

Asimismo, este tipo de estabilidad se podía determinar a partir del espectro aproximado en el interior del círculo unitario.

- La integral $\int_0^{+\infty} \|e^{-t\lambda} T(t)f\| dt$ existe para cualquier $f \in X$, si el conjunto formado por los números complejos λ es un abierto del semiplano derecho de \mathbb{C} .

La existencia de soluciones para el problema de valor inicial están condicionadas por la existencia de la integral $\int_0^{+\infty} \|e^{-t\lambda} T(t)f\| dt$. Como se puede ver, es necesario que la parte real de λ sea positiva.

- Para cualquier $\lambda \in P\sigma(A) \cup R\sigma(A)$ se obtuvo que $S(\lambda) \leq 0$ y $\text{Re } \lambda < 0$.

En este caso el espectro puntual $P\sigma(A)$ y el espectro residual $R\sigma(A)$ están contenidos en el semiplano izquierdo del plano complejo \mathbb{C} y la cota espectral $S(A)$ es menor o igual que cero. Esto es importante, porque al determinar si el espectro puntual y el espectro residual forman parte del semiplano izquierdo del plano complejo, implica convergencia uniforme en el caso de desigualdad estricta.

- Del resultado anterior se derivó que el semigrupo $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ es uniformemente estable, si y sólo si, el cero no está en el espectro puntual $P\sigma(A)$, ni en el espectro residual $R\sigma(A)$.

Como se mencionó en el caso anterior, si el cero no es parte de los espectros puntual y residual, entonces estamos en el caso de $S(A)$ menor que cero. En muchos de los problemas que se resolvió, analizar la presencia del cero en el espectro puntual y el espectro residual fue fundamental para determinar la convergencia uniforme del semigrupo.

B. EN EL CASO NO HOMOGÉNEO ($F(x) \neq 0$)

- El Problema de Cauchy no homogéneo tiene soluciones generalizadas con comportamiento asintótico, si el semigrupo generado por el operador $\{T(t)\}_{t \geq 0}$, y $F(\cdot)$ sea una función p -periódica localmente integrable, tal que $(I - T(p))f = \int_0^p T(t-s)F(s)ds$ para algún $f \in X$ entonces la única solución p -periódica

generalizada del Problema de Cauchy no homogéneo dada por

$$u(t) = T(t)f + \int_0^t T(t-s)F(s)ds, \text{ e s asintóticamente estable.}$$

En vista de que este trabajo de investigación es puramente teórico, sugerimos que en un trabajo posterior a éste, se aplique los resultados a problemas explícitos, además sería muy importante que con la aplicación de los métodos numéricos se haga un programa computacional con los cuales se pueda inferir y comprobar si las soluciones tienen comportamiento estable a partir del análisis del espectro de su generador.

CONCLUSIONES

En base a los resultados y/o discusiones realizadas se obtuvieron las siguientes conclusiones:

- El problema de Cauchy: $\begin{cases} u'(t) = Au(t) \\ u(0) = u_0 \end{cases}$ donde $A = (a_{ij})_{n \times n}$, $a_{ij} \in \mathbb{C}$ y $u_0 \in \mathbb{C}^n$ tiene soluciones $u(\cdot)$ estables, si A tiene valores propios con parte real negativa (equivalentemente los valores propios se encuentran en el semiplano izquierdo de los números complejos).
- El conjunto resolvente siempre se encuentra en el semiplano derecho de los números complejos.
- El semigrupo $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ es uniformemente estable cuando $S(A) < 0$ y el espectro puntual aproximado $A\sigma(T(t_0))$ está contenido en el círculo $|\lambda| < 1$ para algún t_0 .
- El semigrupo $\{T(t)\}_{t \geq 0}$ no es estable, si $0 \in P\sigma(A) \cup R\sigma(A)$. Del mismo modo, bajo la misma condición, los semigrupos holomorfos no son uniformemente estables.
- Semigrupos uniformemente estables hacen que el problema de Cauchy no homogéneo presente soluciones asintóticamente estables.

AGRADECIMIENTO

Nuestro agradecimiento al Doctor Ulices Zavaleta Calderón y al Doctor Martín Cerna Maguiña por el apoyo con material bibliográfico y sugerencias brindadas en la consecución del trabajo de investigación. Asimismo, nuestro agradecimiento a la Facultad de Ciencias de la UNASAM por brindar las facilidades en la publicación del trabajo realizado.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Arendt W, Grabosch A, Greiner G, Groh U, Lotz H. P, Moustakas U, Nagel R, Neubrander F, Schlotterbeck U, *One-parameter Semigroups of Positive Operators*, Lectures Notes in Mathematics 1184, Berlín. Springer-Verlag, 1980.
- [2] Bachman G, and Narici L, *Functional Analysis*, New York. Academic Press INC, 1966.
- [4] Butzer P, and Berens H, *Semigroups of Operators and Approximation*, New York. Springer-Verlag, 1967.
- [5] Dautray R, and Lions J, *Mathematical and Numerical Methods for Science and Technology*, vol 5, Berlín. Springer-Verlag, 1992.
- [6] Dunford and Schwartz, *Linear Operators Theory General* part I, New York. J. Wiley Sons, 1976.
- [7] Kreyszig E, *Introductory Functional Analysis with Applications*, New York. J. Wiley Sons, 1978.
- [8] Martin R. H, *Applications of Semigroups Theory to Reaction-Diffusion System*, Washington. Lectures notes in mathematics 1248, 1985.
- [9] Pazy A, *Semigroups of Linear Operators and Applications to Partial Differential Equations*, New York. Springer-Verlag,, 1983.
- [10] Weidman J, *Linear Operators in Hilbert Spaces*, New York. Springer-Verlag, 1980.
- [11] Zeidler E, *Nonlinear Functional Analysis and its Applications*, Vol II, Berlín. Springer-Verlag, 1990.

Correspondencia:

Responsable del trabajo de investigación :
Alexander pacheco Castillo

Dirección :
Jr. Carhuaz 453-Independencia- Huaraz

Correo electrónico :
apc-38@hotmail.com